



Deutsch-Luxemburgisches  
**SCHENGEN-LYZEUM**

# Lehrplan

Mathematik

Klassenstufen: 7,8 und 9

Juli 2019

# Inhaltsverzeichnis

Allgemein	Seite 3
Kompetenzorientierter Unterricht	
Mathematische Festlegungen	
Operatorenliste	
Übersicht über die Klassenstufen 7 – 9	
Lehrplan Klasse 7 (G – und E – Kurs)	Seite 8
Lehrplan Klasse 8 (G – und E – Kurs)	Seite 37
Lehrplan Klasse 9 (E – und A – Kurs)	Seite 61
Lehrplan Klasse 9 (G – Kurs)	Seite 90

Der Lehrplan für das Fach Mathematik am Schengen-Lyzeum ist auf die Bedürfnisse einer sehr heterogenen Schüler- und Lehrerschaft abgestimmt. In den ersten beiden Schuljahren, den Klassenstufen 5 und 6, werden alle Schülerinnen und Schüler (im folgenden SuS genannt) gemeinsam unterrichtet. Aus diesem Grund wird ein vermehrt differenzierter und anwendungsorientierter Mathematikunterricht vorgesehen.

Ab der Klassenstufe 7, sind die Klassen in Kurse eingeteilt. Zunächst in E-(Erweiterungs-) und G-(Grund-) Kurse und ab Klassenstufe 9 gibt es eine zusätzliche Unterteilung, den A-(Aufbau-) Kurs.

Ziele des Mathematikunterrichts:

Schülerinnen und Schüler sollen am Ende der Schulpflicht eine mathematische Bildung besitzen, die sie befähigt, in unterschiedlichen Lebenssituationen und künftigen Berufssituationen Mathematik erfolgreich und verantwortungsvoll anzuwenden. Sie sollen daneben ein angemessenes Bild von der Mathematik als kulturelles Erbe entwickelt haben.

Mathematik ist auf der einen Seite ein kulturelles Produkt, bestehend aus Begriffen, aus Wissen über abstrakte Strukturen und aus Verfahren zur Lösung inner- und außermathematischer Probleme. Die Kenntnis solcher Inhalte und Verfahren ist die Voraussetzung für eine kompetente Anwendung von Mathematik.

Mathematik ist aber auch ein individueller und sozialer Prozess. Innermathematische Situationen und reale Kontexte werden erkundet, Zusammenhänge aufgedeckt und mitgeteilt, Strukturen beschrieben und begründet, Probleme gefunden und gelöst, neue Begriffe werden erfunden, miteinander ausgehandelt und angewendet. Mathematik ist also auch die aktive Auseinandersetzung mit mathematischen oder mathematisierbaren Inhalten.

Mathematische Kompetenzen zeigen sich folglich erst in den mathematischen Tätigkeiten des Individuums, in der Art und Weise, wie es mit seinen Kenntnissen und Fähigkeiten umgeht und sie auf die gestellten Probleme anwendet. (Auszug aus: „Mathematik: Fachbezogene Kompetenzen“ des Ministère de l'Éducation Nationale et de la Formation Professionnelle, Luxemburg).

„Nur ein Unterricht, der den eigenaktiven Erwerb von Kompetenzen in lernförderlicher Arbeitsatmosphäre in den Mittelpunkt aller Lehr-/Lernanstrengungen stellt, wird Lernenden überhaupt die Chance bieten, die in den Standards formulierten Kompetenzerwartungen auch tatsächlich zu erfüllen.“ (aus „Bildungsstandards Mathematik: konkret“, Cornelsen Verlag Scriptor Berlin 2006, Seite 15).

In allen Klassenstufen wird auf einen kompetenzorientierten Unterricht Wert gelegt. Folgende prozessorientierte Kompetenzen sind von zentraler Bedeutung:

- (K 1) Argumentieren
- (K 2) Probleme lösen
- (K 3) Modellieren
- (K 4) Darstellungen verwenden
- (K 5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
- (K 6) Kommunizieren

Diese sind prozessorientierte Kompetenzen, bei denen die SuS z.B. ein mathematisches Problem lösen, ein Modell erstellen oder ein Sachverhalt entdecken, formulieren und begründen.

Neben den Kompetenzen soll auch auf einen abwechslungsreichen und sinnvollen Einsatz mathematischer Methoden eingegangen werden.

Vor allem die Verbindung zwischen der Realität und theoretischen Mathematik sollte Grundvoraussetzung für die Gestaltung des Unterrichts sein.

Zudem fallen die Themen und Unterrichtsinhalte der einzelnen Klassenstufen unter die 5 Leitideen:

- (L1) Zahlen und Operationen
- (L2) Größen und Messen
- (L3) Raum und Form
- (L4) Funktionaler Zusammenhang
- (L5) Daten und Zufall

Die zu verwendenden Operatoren für die Aufgabenstellungen lauten z.B. beschreibe, erkläre, zeichne, bestimme, erläutere, berechne, konstruiere, diskutiere, schätze.

#### Wichtige Anmerkungen:

Alle Inhalte, die im G – Kurs und E – Kurs unterrichtet werden, sind im E – Kurs hellgrau gedruckt. Dies ermöglicht eine bessere Übersicht über die zusätzlichen Inhalte, die im E – Kurs unterrichtet werden müssen.

*Alle fakultativen Inhalte im folgenden Lehrplan sind kursiv gedruckt.*

Unter den jeweiligen Inhalten und Kompetenzen sind jeweils Möglichkeiten für fächerübergreifenden Unterricht, Methoden und Materialien angegeben. Des Weiteren werden Berufsbilder genannt, die dem jeweiligen Themengebiet zuzuordnen sind und Aspekte zur nachhaltigen Entwicklung genannt.

#### **Fächerübergreifender Unterricht:**

Um die Vernetzung zwischen den einzelnen Fachbereichen noch stärker zu fördern, werden zu jedem Themengebiet konkrete Überschneidungen angegeben.

#### **Mögliche Methoden/Materialien:**

Für einen anschaulichen Mathematikunterricht ist die Verwendung von unterschiedlichen Materialien und abwechslungsreiche Methoden ratsam. Aus diesem Grund werden dazu ausgewählte Medien empfohlen.

#### **Berufsorientierung:**

Das Vorkommen mathematischer Inhalte in den verschiedensten Berufsbildern soll für die Schülerinnen und Schüler klar ersichtlich sein. Aus diesem Grund wird für die einzelnen Themengebiete ein mögliches Berufsbild angegeben, das gegebenenfalls vorgestellt werden kann.

#### **Nachhaltigkeit:**

Da wir uns als Schule einer nachhaltigen Entwicklung verpflichtet haben, sollten auch im Fach Mathematik an geeigneten Stellen, im Ermessen des Fachlehrers, Beispiele mit Bezug zur nachhaltigen Entwicklung verwendet werden.

Mathematische Festlegungen

## – Definition mathematischer Mengen

- $\mathbb{N}$ : Menge der natürlichen Zahlen

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$$

$$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}: \text{Menge der natürlichen Zahlen ohne } 0$$

- $\mathbb{Z}$ : Menge der ganzen Zahlen

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

$$\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}: \text{Menge der ganzen Zahlen ohne } 0$$

- $\mathbb{Q}$ : Menge der rationalen Zahlen

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0 \right\}$$

$$\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}: \text{Menge der rationalen Zahlen ohne } 0$$

- $\mathbb{I}$ : Menge der irrationalen Zahlen

$$\mathbb{I} = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$$

- $\mathbb{R}$ : Menge der reellen Zahlen

$$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}: \text{Menge der reellen Zahlen ohne } 0$$

$$\mathbb{R}_+: \text{Menge der positiven reellen Zahlen mit } 0$$

$$\mathbb{R}_+^*: \text{Menge der positiven reellen Zahlen ohne } 0$$

$$\mathbb{R}_-: \text{Menge der negativen reellen Zahlen mit } 0$$

$$\mathbb{R}_-^*: \text{Menge der negativen reellen Zahlen ohne } 0$$

Übersicht über die Operatoren für das Fach Mathematik

<b>Operator</b>	<b>Definition</b>
angeben, nennen	Objekte, Sachverhalte, Begriffe, Daten ohne nähere Erläuterungen, Begründungen und ohne Darstellung von Lösungsansätzen oder Lösungswegen aufzählen
aufstellen, darstellen, erstellen	Sachverhalte, Vermutungen, Zusammenhänge, Methoden, Gleichungen, Gleichungssysteme in übersichtlicher, fachlich sachgerechter oder vorgegebener Form notieren
begründen	Sachverhalte auf Gesetzmäßigkeiten bzw. kausale Zusammenhänge zurückführen (hierbei sind Regeln und mathematische Beziehungen zu nutzen)
berechnen	Ergebnisse mit Darstellung von Ansatz und Berechnung gewinnen
beschreiben	Strukturen, Sachverhalte oder Verfahren in eigenen Worten unter Berücksichtigung der Fachsprache sprachlich angemessen wiedergeben (hier sind auch Einschränkungen möglich, z.B. Beschreibe(n) (Sie) in Stichworten...)
bestimmen, ermitteln	Zusammenhänge bzw. Lösungswege aufzeigen, das Vorgehen darstellen und die Ergebnisse formulieren
beurteilen	Zu Sachverhalten ein selbständiges Urteil unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formulieren und begründen
beweisen, widerlegen	Beweise im mathematischen Sinne unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen, ggf. unter Verwendung von Gegenbeispielen, führen
definieren	Die Bedeutung eines Begriffs unter Abgrenzung zu benachbarten Begriffen und der Angabe unveränderlicher Merkmale bestimmen
entscheiden	Sich bei Alternativen eindeutig auf eine Möglichkeit festlegen, eine Begründung ist nicht erforderlich (sofern sie nicht durch einen ergänzenden Operator gefordert wird)
erklären, erläutern	Sachverhalte verständlich und nachvollziehbar machen und in Zusammenhänge ordnen
graphisch darstellen	Hinreichend exakte graphische Darstellungen von Objekten oder Daten anfertigen
herleiten	Die Entstehung oder Ableitung von gegebenen oder beschriebenen Sachverhalten oder Gleichungen aus anderen Sachverhalten darstellen
interpretieren	Zusammenhänge bzw. Ergebnisse begründet auf gegebene Fragestellungen beziehen
klassifizieren, ordnen	Begriffe, Gegenstände, Daten etc. auf der Grundlage bestimmter Merkmale systematisch einteilen
nachweisen	Aussagen oder Sachverhalte unter Nutzung von gültigen Schlussregeln, Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigen
prüfen, untersuchen	Sachverhalte, Probleme, Fragestellungen nach bestimmten, fachlich üblichen, bzw. sinnvollen Kriterien bearbeiten
skizzieren	Wesentliche Eigenschaften von Sachverhalten oder Objekten graphisch darstellen (auch Freihandskizze möglich)
vergleichen	Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermitteln
zeichnen	Hinreichend exakte graphische Darstellungen von Objekten oder Daten anfertigen
zeigen	Aussagen oder Sachverhalte unter Nutzung von gültigen Schlussregeln, Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigen

<b>Klasse 7</b>	<b>Klasse 8</b>	<b>Klasse 9</b>	
G- & E-Kurs	G- & E-Kurs	G-Kurs	E- & A-Kurs
Terme, Gleichungen und Ungleichungen (Leitideen: Zahlen und Operationen, Funktionaler Zusammenhang)	Terme, Gleichungen und Ungleichungen (Leitideen: Zahlen und Operationen, Funktionaler Zusammenhang)	Grundrechenarten (Leitidee: Zahlen und Operationen)	Quadratische Funktionen und Gleichungen (Leitideen: Zahlen und Operationen, Funktionaler Zusammenhang)
Zuordnungen, Proportionalität und Antiproportionalität (Leitideen: Funktionaler Zusammenhang)	Bruchterme (nicht im G-Kurs) (Leitidee: Zahlen und Operationen, Funktionaler Zusammenhang)	Prozent- und Zinsrechnung (Leitidee: Zahlen und Operationen)	Potenzen, Potenzgesetze und -funktionen (Leitidee: Zahlen und Operationen)
Winkel und besondere Linien bei ebenen Figuren (Leitidee: Raum und Form)	Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme (Leitidee: Zahlen und Operationen, Funktionaler Zusammenhang)	Quadratzahlen, Potenzen und Wurzeln (Leitidee: Zahlen und Operationen)	Ähnlichkeit (nicht im E-Kurs) (Leitidee: Raum und Form)
Prozentrechnung (Leitidee: Zahlen und Operationen)	Wurzeln und reelle Zahlen (Leitidee: Zahlen und Operationen)	Satz des Pythagoras (Leitidee: Raum und Form)	Trigonometrie (Leitidee: Raum und Form)
Geometrische Konstruktionen an Dreiecken (Leitidee: Raum und Form)	Satzgruppe des Pythagoras (Leitidee: Raum und Form)	Gleichungen, Zuordnungen und Zahlenrätsel (Leitideen: Zahlen und Operationen, Funktionaler Zusammenhang)	Kreis (Leitidee: Raum und Form)
Lineare Funktionen (Leitideen: Funktionaler Zusammenhang)	Haus der Vierecke (Leitidee: Raum und Form)	Geometrie (Geraden, Flächen und Winkel, Körper) (Leitidee: Raum und Form)	Wahrscheinlichkeit (Leitidee: Daten und Zufall)
Wahrscheinlichkeit (Leitidee: Daten und Zufall)		Wahrscheinlichkeit (Leitidee: Daten und Zufall)	
		Typische Formate von Prüfungsaufgaben	

---

## Inhaltsverzeichnis

1. Terme, Gleichungen und Ungleichungen.....	9
2. Zuordnungen .....	13
3. Prozentrechnung.....	17
4. Geometrie .....	21
4.1 Winkel und (Grund-)Konstruktionen.....	21
4.2 Geometrische Konstruktionen an Dreiecken .....	24
5. Lineare Funktionen.....	28
5.1 Funktionsbegriff .....	28
5.2 Lineare Funktionen.....	30
6. Wahrscheinlichkeitsrechnung.....	33



1. Terme, Gleichungen und Ungleichungen		ca. 28 Stunden
<p>Der Umgang mit den “neuen”, rationalen Zahlen in Termen, Gleichungen und Ungleichungen lässt sich kontextbezogen festigen. Die Interpretation von Aufgabentexten und das Entwickeln der passenden mathematischen Modelle sind ebenso Gegenstand der Betrachtungen wie der Kalkül. Die Komplexität von Rechenaufgaben sollte auf ein angemessenes Maß beschränkt bleiben.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte G – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs
<p><b>Terme</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Aufstellen und Analysieren</li> <li>– Vereinfachen und Auswerten</li> <li>– gleichwertige Terme, Symbol =</li> <li>– Modellieren mit Termen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– erstellen Terme auf der Grundlage verbaler Beschreibungen</li> <li>– beschreiben die Struktur eines Terms (mit angemessener Komplexität) in Worten</li> <li>– können einen Term als Summe, Differenz, Produkt oder Quotient benennen</li> <li>– können gleichwertige Terme ineinander umwandeln</li> <li>– begründen, ob zwei Terme gleichwertig sind</li> <li>– vereinfachen Terme (mit höchstens zwei Variablen) schrittweise unter Angabe der verwendeten Regeln</li> <li>– berechnen den Wert eines Terms durch Einsetzen</li> <li>– beschreiben eine im Kontext gegebene Problemstellung mit Hilfe von Termen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– erstellen Terme auf der Grundlage verbaler Beschreibungen</li> <li>– beschreiben die Struktur eines Terms (mit angemessener Komplexität) in Worten</li> <li>– können einen Term als Summe, Differenz, Produkt oder Quotient benennen</li> <li>– können gleichwertige Terme ineinander umwandeln</li> <li>– begründen, ob zwei Terme gleichwertig sind</li> <li>– vereinfachen Terme (mit höchstens drei Variablen) schrittweise unter Angabe der verwendeten Regeln</li> <li>– berechnen den Wert eines Terms durch Einsetzen von rationalen Zahlen</li> <li>– beschreiben eine im Kontext gegebene Problemstellung mit Hilfe von Termen</li> </ul>

<p><b>Gleichungen der Form <math>a \cdot x + b = c</math> und <math>a \cdot x + b = c \cdot x + d</math></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Äquivalenzumformungen, Symbol <math>\Leftrightarrow</math></li> <li>- Lösen durch Äquivalenzumformungen</li> <li>- Lösung und Lösungsmenge, Symbol „L“: <math>L = \{ \dots \}</math></li> <li>- Allgemeingültige Gleichungen: <math>L = \mathbb{Q}</math></li> <li>- unerfüllbare Gleichungen: <math>L = \{ \}</math> oder <math>L = \emptyset</math></li> <li>- Aufstellen von Gleichungen zum Bearbeiten inner- und außermathematischer Probleme</li> <li>- Zahlenrätsel und Sachaufgaben</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können den Begriff „Gleichung“ definieren und anhand von Beispielen erläutern</li> <li>- können den Begriff „Lösung“ und „Lösungsmenge“ definieren</li> <li>- finden Lösungen durch Probieren</li> <li>- bestimmen Lösungsmengen durch Äquivalenzumformungen</li> <li>- erkennen, ob eine (lineare) Gleichung „eine“, „keine“ oder „unendlich viele“ Lösungen (in <math>\mathbb{Q}</math>) besitzt</li> <li>- führen die Probe einer Gleichung durch</li> <li>- formulieren Zahlenrätsel zu vorgegebenen Gleichungen mit höchstens einer Klammerebene</li> <li>- erstellen und lösen Gleichungen in Kontexten</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können den Begriff „Gleichung“ definieren und anhand von Beispielen erläutern</li> <li>- können den Begriff „Lösung“ und „Lösungsmenge“ definieren</li> <li>- finden Lösungen durch Probieren</li> <li>- bestimmen Lösungsmengen durch Äquivalenzumformungen</li> <li>- untersuchen, ob vorgegebene Gleichungen allgemeingültig oder unerfüllbar sind</li> <li>- begründen, ob eine (lineare) Gleichung „eine“, „keine“ oder „unendlich viele“ Lösungen (in <math>\mathbb{Q}</math>) besitzt</li> <li>- führen die Probe in Text und Gleichung durch</li> <li>- begründen, warum die Multiplikation beider Seiten einer Gleichung mit 0 keine Äquivalenzumformung ist</li> <li>- formulieren Zahlenrätsel zu vorgegebenen Gleichungen mit höchstens einer Klammerebene</li> <li>- erstellen und lösen Gleichungen in Kontexten</li> </ul>
--	---	--

<p><b>Ungleichungen der Form <math>a \cdot x + b &gt; c</math> und <math>a \cdot x + b &lt; c</math></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Äquivalenzumformungen</li> <li>- Lösen durch Äquivalenzumformungen</li> <li>- Graphische Darstellung der Lösungsmenge auf einer Zahlengeraden</li> <li>- Lösungsmenge in beschreibender Form <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>x &gt; 2 \rightarrow L = \{x \in \mathbb{Q}   x &gt; 2\}</math></li> </ul> </li> <li>- Lösungsmenge in Intervallschreibweise <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>x &gt; 2 \rightarrow L = ]2; +\infty[</math></li> <li>➤ Wichtig: vorher den Begriff „Intervall“ und „offenes Intervall“ einführen</li> <li>➤ Alle unterschiedlichen Arten von Intervallen einführen („linksoffenes Intervall“, „rechtsoffenes Intervall“, „geschlossenes Intervall“)</li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- lösen einfache lineare Ungleichungen und geben die Lösungsmenge in beschreibender Form an</li> <li>- ändern das Relationszeichen bei einer Multiplikation mit einer negativen Zahl oder einer Division durch eine negative Zahl</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- erläutern Gemeinsamkeiten und Unterschiede bei den Äquivalenzumformungen von Gleichungen und Ungleichungen</li> <li>- lösen lineare Ungleichungen</li> <li>- ändern das Relationszeichen bei einer Multiplikation mit einer negativen Zahl oder einer Division durch eine negative Zahl</li> <li>- begründen Änderungen des Relationszeichens mit Hilfe der Zahlengeraden</li> <li>- stellen Lösungsmengen auf der Zahlengeraden dar</li> <li>- können die Lösungsmenge in beschreibender Form angeben</li> <li>- können die Lösungsmenge in Intervallschreibweise angeben</li> <li>- überprüfen die Lösungsmenge durch Stichproben</li> </ul>
---	---	---

---

<b>Fächerübergreifend</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- ITG: Terme berechnen mit Excel</li><li>- Sport: Bewegungsaufgaben</li><li>- GW: Stromtarife</li></ul>
<b>Mögliche Methoden/Materialien</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Verwendung der Balkenwaage für Äquivalenzumformungen</li><li>- Digitales Balkenwaagen Modell (DGS, interaktive Tafel)</li></ul>
<b>Berufsorientierung</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Berufsbilder:<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Industriekaufmann/Industriekauffrau</li><li>➤ Wirtschaftsanalytiker/in</li></ul></li></ul>

2. Zuordnungen		ca. 30 Stunden
<p>Der bislang eher propädeutisch erfahrene Zuordnungsbegriff zwischen Größen bzw. Zahlen wird jetzt explizit thematisiert. Proportionalität und umgekehrte Proportionalität sind Grundvorstellungen, die viele Schülerinnen und Schüler im Alltag entwickelt haben. Der Unterricht soll hier präzisieren und für mathematische Klarheit, Ordnung sowie Kontrastierung sorgen. Angesprochen ist in diesem Lernbereich die Leitidee „Messen“, vielfach in Verbindung mit der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte G – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs
<p><b>Zuordnung zwischen Größen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Darstellung von Zuordnungen mit Hilfe von                             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Tabellen</li> <li>➤ Texten</li> <li>➤ Graphen</li> <li>➤ Termen</li> </ul> </li> <li>– Begriffe: Hochpunkt, Tiefpunkt, steigend, fallend, konstant bleibend</li> <li>– Begriffe: Ausgangswert, Ausgangsmenge/Definitionsmenge, Zielwert, Zielmenge, Zuordnungsvorschrift, unabhängige und abhängige Größe</li> <li>– Symbole <math>\rightarrow</math> und <math>\mapsto</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– beschreiben Graphen von Zuordnungen mit Hilfe der Fachbegriffe</li> <li>– geben Beispiele für Zuordnungen aus dem täglichen Leben an, z. B. bei Telefongebühren, Briefporto, Taxikosten, Wasserpegel, Füllgraphen, Temperaturkurven, Linienfahrpläne, Warenauszeichnung</li> <li>– zeichnen Graphen anhand von Wertetabellen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– beschreiben Graphen von Zuordnungen mit Hilfe der Fachbegriffe</li> <li>– geben Beispiele für Zuordnungen aus dem täglichen Leben an, z. B. bei Telefongebühren, Briefporto, Taxikosten, Wasserpegel, Füllgraphen, Temperaturkurven, Linienfahrpläne, Warenauszeichnung</li> <li>– veranschaulichen Zuordnungen in allen Darstellungsformen</li> <li>– zeichnen Graphen anhand von Wertetabellen</li> <li>– verwenden die Begriffe „unabhängige und abhängige Größen“ bei Anwendungen sinnvoll</li> </ul>
<p><b>Proportionalität</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– „Je - desto“ - Formulierungen</li> <li>– <u>Definition:</u> Eine Zuordnung heißt proportional, wenn dem k-fachen Ausgangswert stets der k-fache</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ordnen die Proportionalität als Sonderfall von „je mehr – desto mehr“ ein</li> <li>– nennen Beispiele und Gegenbeispiele für proportionale Zuordnungen aus dem täglichen Leben</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– ordnen die Proportionalität als Sonderfall von „je mehr – desto mehr“ ein</li> <li>– nennen Beispiele und Gegenbeispiele für proportionale Zuordnungen aus dem täglichen Leben</li> </ul>

<p>Zielwert zugeordnet wird (Vielfacheneigenschaft).</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Eigenschaften <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Quotientengleichheit</li> <li>➤ Additivität</li> <li>➤ Graph als Menge von Punkten auf einer <b>Ursprungsgeraden</b></li> <li>➤ konstanter Quotient als Proportionalitätsfaktor</li> </ul> </li> <li>- Zweisatz-Schema</li> <li>- Dreisatz-Schema</li> <li>- Überschlagsrechnung</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- prüfen überschlägig, ob bei gegebenen Wertepaaren Proportionalität vorliegen kann</li> <li>- erstellen bzw. ergänzen Wertetabellen proportionaler Zuordnungen</li> <li>- zeichnen Graphen proportionaler Zuordnungen und können den Begriff „Ursprungsgerade“ sinnvoll verwenden</li> <li>- prüfen Wertetabellen auf Vielfacheneigenschaft und Quotientengleichheit</li> <li>- erläutern, warum proportionale Zuordnungen durch Gleichungen der Form <math>y = m \cdot x</math> charakterisierbar sind</li>   <li>- verwenden in geeigneten Fällen das Zweisatzschema zum Berechnen gesuchter Größen</li> <li>- verwenden das Dreisatzschema (<i>auch unter Verwendung des ggT</i>) zum Berechnen gesuchter Größen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- prüfen überschlägig, ob bei gegebenen Wertepaaren Proportionalität vorliegen kann</li> <li>- erstellen bzw. ergänzen Wertetabellen proportionaler Zuordnungen</li> <li>- zeichnen Graphen proportionaler Zuordnungen und können den Begriff „Ursprungsgerade“ sinnvoll verwenden</li> <li>- prüfen Wertetabellen auf Vielfacheneigenschaft, Quotientengleichheit und Additivität</li> <li>- erläutern, warum proportionale Zuordnungen durch Gleichungen der Form <math>y = m \cdot x</math> charakterisierbar sind</li> <li>- begründen formal, warum eine Gleichung der Form <math>y = m \cdot x</math> sowohl Additivität als auch Quotientengleichheit widerspiegelt</li> <li>- verwenden in geeigneten Fällen das Zweisatzschema zum Berechnen gesuchter Größen</li> <li>- verwenden das Dreisatzschema (<i>auch unter Verwendung des ggT</i>) zum Berechnen gesuchter Größen</li> <li>- verwenden die Quotientengleichheit zum Berechnen gesuchter Größen</li> <li>- <i>erforschen an Gegenständen den Zusammenhang zwischen Durchmesser und Umfang von Kreisen</i></li> </ul>
--	--	---

<p><b>Umgekehrte Proportionalität (auch: Antiproportionalität)</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- „Je - desto“ - Formulierungen</li> <li>- <b>Definition:</b> Eine Zuordnung heißt umgekehrt proportional, wenn dem <math>k</math>-fachen Ausgangswert stets der <math>\frac{1}{k}</math>-fache Zielwert zugeordnet wird.</li> <li>- Eigenschaft <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Produktgleichheit</li> <li>➤ Graph als Menge von Punkten auf einer <b>Hyperbel</b></li> </ul> </li> <li>- Zweisatz-Schema</li> <li>- Dreisatz-Schema</li> <li>- Überschlagsrechnung</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ordnen die umgekehrte Proportionalität als Sonderfall von „je mehr – desto weniger“ ein</li> <li>- geben Beispiele für umgekehrt proportionale Zuordnungen aus dem Alltag an</li> <li>- prüfen überschlägig, ob bei gegebenen Wertepaaren umgekehrte Proportionalität vorliegen kann</li> <li>- erstellen bzw. ergänzen Wertetabellen umgekehrt proportionaler Zuordnungen</li> <li>- zeichnen Graphen umgekehrt proportionaler Zuordnungen</li> <li>- verwenden in geeigneten Fällen das Zweisatzschema zum Berechnen fehlender Größen</li> <li>- verwenden das Dreisatzschema (<i>auch unter Verwendung des ggT</i>) sowie die Produktgleichheit zum Berechnen fehlender Größen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ordnen die umgekehrte Proportionalität als Sonderfall von „je mehr – desto weniger“ ein</li> <li>- geben Beispiele für umgekehrt proportionale Zuordnungen aus dem Alltag an</li> <li>- wissen, dass umgekehrt proportionale Zuordnungen auch als „antiproportionale Zuordnungen“ bezeichnet werden können</li> <li>- prüfen überschlägig, ob bei gegebenen Wertepaaren umgekehrte Proportionalität vorliegen kann</li> <li>- erstellen bzw. ergänzen Wertetabellen umgekehrt proportionaler Zuordnungen</li> <li>- zeichnen Graphen umgekehrt proportionaler Zuordnungen und können den Begriff „Hyperbel“ sinnvoll verwenden</li> <li>- prüfen Wertetabellen auf Produktgleichheit</li> <li>- begründen formal, warum eine Gleichung der Form <math>y = \frac{a}{x}</math> die Produktgleichheit widerspiegelt</li> <li>- verwenden in geeigneten Fällen das Zweisatzschema zum Berechnen fehlender Größen</li> <li>- verwenden das Dreisatzschema (<i>auch unter Verwendung des ggT</i>) sowie die Produktgleichheit zum Berechnen fehlender Größen</li> <li>- <i>ermitteln (auch mit DGS) die Zuordnung zwischen den Seitenlängen von Rechtecken bei gegebenem Flächeninhalt</i></li> </ul>
--	---	--

<p><b>Nicht Proportionalität</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Unterschied zwischen proportionalen, antiproportionalen und nicht proportionalen Zuordnungen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können den Unterschied zwischen proportionalen, antiproportionalen und nicht proportionalen Zuordnungen erkennen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können den Unterschied zwischen proportionalen, antiproportionalen und nicht proportionalen Zuordnungen erkennen und erklären</li> </ul>
<p><b>Fächerübergreifend</b></p>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- NW:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Anwendungen grafisch auswerten, z.B. Füllkurven, s(t)- und v(t)-Diagramme</li> <li>➤ Graphische Darstellung: Fieberkurve und Elektrokardiogramm (EKG)</li> </ul> </li> <li>- Deutsch: zu Graphen Anwendungen beschreiben, z.B. Texte oder Geschichten schreiben</li> <li>- GW: Klimadiagramme, Höhenprofile</li> </ul>		
<p><b>Mögliche Methoden/Materialien</b></p>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Erstellen mit Hilfe eines Taschenrechners und eines Tabellenkalkulationsprogrammes eine Wertetabelle</li> <li>- Veranschaulichen Graphen von Zuordnungen mit Hilfe eines DGS und eines Tabellenkalkulationsprogrammes</li> <li>- Experimentelle Bestimmung der Füllkurven unterschiedlicher Gefäße</li> </ul>		
<p><b>Berufsorientierung</b></p>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Berufsbilder:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Bäcker/in, Koch/Köchin (proportionale Zuordnung)</li> <li>➤ Berufskraftfahrer/in (antiproportionale Zuordnung)</li> <li>➤ Fachkraft – Lagerlogistik (zusammengesetzter Dreisatz)</li> </ul> </li> </ul>		



3. Prozentrechnung		ca. 18 Stunden
<p>Die Prozentrechnung ist im mathematischen Sinne lediglich eine eigens symbolisierte Behandlung spezieller Bruchrechnen- oder Dreisatzaufgaben. In der Eingebundenheit im Alltag mit vielfältigen Begriffen, wie sie z. B. im Handel, im Steuerwesen und auf dem Kapitalmarkt auftreten, liegen zugleich Reiz und Schwierigkeit des Prozentbegriffs. Modellieren und Interpretieren erweisen sich als wesentliche Tätigkeiten, nicht zuletzt auch vor dem Hintergrund, dass die prozentualen Sprechweisen in der Wahrscheinlichkeitsrechnung wiederkehren. Der Einsatz des Taschenrechners erleichtert die Verwendung und Auswertung realistischer Daten.</p> <p>Beim Lösen der drei Grundaufgaben ist das Erkennen des Grundwertes in Kontexten von besonderer Bedeutung, gerade auch bei sukzessiven Prozentwertberechnungen und inversen Schlüssen.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte G – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs
<p><b>Prozentsätze und Bruchteile von Größen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Absoluter und relativer Vergleich von Anteilen</li> <li>- Prozent</li> <li>- Prozentzahl <math>p</math></li> <li>- Prozentsatz <math>p\%</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können die Begriffe „absoluter und relativer Vergleich von Anteilen“ erläutern</li> <li>- erklären die Wortbedeutung des Begriffs Prozent</li> <li>- stellen den Zusammenhang zwischen Prozentschreibweise und Bruchdarstellung her</li> <li>- schreiben einen Prozentsatz als Bruchzahl und als Dezimalbruch und umgekehrt</li> <li>- wandeln einfache Prozentsätze (z. B. 1%, 5%, 10%, 20%, 25%, <math>33\frac{1}{3}\%</math>, 50%, 75%) im Kopf in die Bruchdarstellung um und umgekehrt</li> <li>- verwenden den Prozentsatz als Teil des Ganzen, z. B. <math>60\% = \frac{3}{5}</math> (von 1)</li> <li>- verwenden den Prozentsatz zur Angabe des relativen Anteils, z. B. <math>60\%</math> von ... = <math>\frac{3}{5}</math> von ...</li> <li>- verwenden Prozentsätze über 100%</li> <li>- interpretieren Prozentangaben im Alltag (z. B. Preisnachlässe)</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können die Begriffe „absoluter und relativer Vergleich von Anteilen“ erläutern</li> <li>- erklären die Wortbedeutung des Begriffs Prozent und die Entstehung des Prozentzeichens</li> <li>- stellen den Zusammenhang zwischen Prozentschreibweise und Bruchdarstellung her</li> <li>- schreiben einen Prozentsatz als Bruchzahl und als Dezimalbruch und umgekehrt</li> <li>- wandeln einfache Prozentsätze (z. B. 1%, 2%, 4%, 5%, 10%, 12,5%, 20%, 25%, <math>33\frac{1}{3}\%</math>, 50%, 75%) im Kopf in die Bruchdarstellung um und umgekehrt</li> <li>- verwenden den Prozentsatz als Teil des Ganzen, z. B. <math>60\% = \frac{3}{5}</math> (von 1)</li> <li>- verwenden den Prozentsatz zur Angabe des relativen Anteils, z. B. <math>60\%</math> von ... = <math>\frac{3}{5}</math> von ...</li> <li>- verwenden Prozentsätze über 100%</li> <li>- interpretieren Prozentangaben im Alltag (z. B. Preisnachlässe)</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- werten Balken- und Kreisdiagramme mit Prozentangaben aus</li> <li>- veranschaulichen Prozentangaben durch Balken- und Kreisdiagramme, auch unter Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- unterscheiden „Änderung um p Prozent“ von „Änderung auf p Prozent“</li> <li>- werten Balken- und Kreisdiagramme mit Prozentangaben aus</li> <li>- veranschaulichen Prozentangaben durch Balken- und Kreisdiagramme, auch unter Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms</li> </ul>
<p><b>Prozentwert, Grundwert</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Prozentwert <math>W</math></li> <li>- Grundwert <math>G</math></li> <li>- Quotientengleichheit <math>\frac{W}{G} = \frac{p}{100}</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können die Begriffe „Grundwert, Prozentsatz und Prozentwert“ verwenden</li> <li>- lösen einfache Grundaufgaben der Prozentrechnung im Kopf</li> <li>- berechnen den Prozentwert             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ nach dem Dreisatzschema / Tabelle</li> </ul> </li> <li>- berechnen den Grundwert             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ nach dem Dreisatzschema / Tabelle</li> </ul> </li> <li>- berechnen die Prozentzahl             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ nach dem Dreisatzschema / Tabelle</li> </ul> </li> <li>- interpretieren <math>\frac{p}{100}</math> als Proportionalitätsfaktor</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können die Begriffe „Grundwert, Prozentsatz und Prozentwert“ verwenden</li> <li>- erläutern die Begriffe „Grundwert, Prozentsatz und Prozentwert“</li> <li>- lösen einfache Grundaufgaben der Prozentrechnung im Kopf</li> <li>- berechnen den Prozentwert             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ nach dem Dreisatzschema / Tabelle</li> <li>➤ mit der Formel <math>W = \frac{p}{100} \cdot G</math></li> </ul> </li> <li>- berechnen den Grundwert             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ nach dem Dreisatzschema / Tabelle</li> <li>➤ mit der Formel <math>G = \frac{100}{p} \cdot W</math></li> </ul> </li> <li>- berechnen die Prozentzahl             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ nach dem Dreisatzschema / Tabelle</li> <li>➤ mit der Formel <math>p = \frac{W}{G} \cdot 100</math></li> </ul> </li> <li>- interpretieren <math>\frac{p}{100}</math> als Proportionalitätsfaktor</li> </ul>

<p><b>Prozentrechnen im Alltag</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Handel und Gewerbe: Brutto, Netto, Gewinn, Verlust, Rabatt, Skonto</li> <li>- Steuerwesen: Mehrwertsteuer (MwSt.)</li> <li>- Banken und Versicherungen: Kapital, Zinsen, Zinssatz</li> <li>- Jahreszins, Zinsformel <math>K_1 = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot K_0</math></li> <li>- Statistik: Häufigkeitstabelle, Wahlergebnis</li> <li>- Straßenschilder: Steigung, Gefälle</li> <li>- Alkoholanteil im Blut (Promille bzw. ‰ )</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- verwenden die Fachbegriffe bei Berechnungen mit Kontextbezug</li> <li>- ordnen bei Sachaufgaben den Begriffen die Fachbegriffe Prozentwert, Grundwert und Prozentsatz zu</li> <li>- führen Überschlagsrechnungen im Kopf aus</li> <li>- lösen Anwendungsaufgaben zur Prozentrechnung</li> <li>- können Aufgaben zur Zinsrechnung und zur Zinseszinsrechnung lösen (Bestandteil der HSA-Prüfung)</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- verwenden die Fachbegriffe bei Berechnungen mit Kontextbezug</li> <li>- ordnen bei Sachaufgaben den Fachbegriffen die Begriffe Prozentwert, Grundwert und Prozentsatz zu</li> <li>- führen Überschlagsrechnungen im Kopf aus</li> <li>- lösen Anwendungsaufgaben zur Prozentrechnung</li> <li>- können Aufgaben zur Zinsrechnung und zur Zinseszinsrechnung lösen (Bestandteil der HSA-Prüfung)</li> </ul>
<p><b>Sukzessives Prozentrechnen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- gleiche und wechselnde Prozentsätze</li> <li>- wachsende und fallende Prozentwerte</li> <li>- erhöhter und verminderter Grundwert</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- lösen Anwendungsaufgaben mit erhöhtem oder vermindertem Grundwert</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- lösen zweistufige Aufgaben</li> <li>- lösen mehrstufige Wachstumsaufgaben durch Multiplizieren der Wachstumsfaktoren</li> <li>- lösen Anwendungsaufgaben mit erhöhtem oder vermindertem Grundwert</li> </ul>

**Fächerübergreifend**

- NW:
  - Messfehlerberechnung
  - Recherchen und Rechnungen zur Zusammensetzung von Nahrungsmitteln
  - Wirkungsgrad von Maschinen und Prozessen
- GW: Wahlsysteme: Wie werden Wählerstimmen in Mandate umgerechnet?

**Mögliche Methoden/Materialien**

- Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogrammes zur Erstellung von Diagrammen
- Einsatz eines Tabellenkalkulationsprogrammes bei der Zinsrechnung
- Projekt: Prozente in der Zeitung
- Einbeziehen von Laufzeiten beim Zinsrechnen

**Berufsorientierung**

- Berufsbilder:
  - Automobilkaufmann/-frau
  - Kaufmann/frau – Einzelhandel
  - Kaufmann/frau – Groß- und Außenhandel (Großhandel) (Zinsrechnung)
  - Fleischer/in

**Nachhaltigkeit**

- Abfallwirtschaft und Abfallvermeidung: Trends und Daten

<b>4. Geometrie</b>		ca. 45 Stunden
<p>In der Geometrie der Sekundarstufe I bilden die Schülerinnen und Schüler durch das Erfassen von geometrischen Begriffen und Beziehungen den Anschauungsraum aus. Anknüpfend an die in der Klassenstufe 6 behandelten Symmetrien wird der Grundbegriff der Kongruenz erarbeitet, der eine zentrale Rolle im Geometrieunterricht der Klassenstufe 7 spielt. Die Geometrie bietet zahlreiche Gelegenheiten zum entdeckenden Lernen, das insbesondere durch den Einsatz von geometrischem Zeichenmaterial (Zirkel und Lineal (Geodreieck)) unterstützt wird. Darüber hinaus fördert die Anwendung dynamischer Geometriesoftware das lokale Ordnen sowie das Gliedern nach „gegeben“ und „gesucht“ bzw. „Voraussetzung“ und „Behauptung“. Die Einsicht in die Notwendigkeit, geometrische Sachverhalte exakt zu beschreiben und zu begründen soll geweckt werden. Gleichwohl beschränke man sich bei den Definitionen und Beweisen auf wesentliche, nicht unmittelbar einleuchtende Eigenschaften und Aussagen. Die Thematik bietet insbesondere die Gelegenheit Schülerinnen und Schüler das erste Mal mit mathematischen Beweisen zu konfrontieren.</p> <p>Den Schwierigkeiten in der manuellen Ausführung und in der sprachlichen Begleitung ist besondere Rechnung zu tragen. Daher sollen einem Einsatz des Computers Konstruktionen mit Zirkel und Lineal, insbesondere im Bereich der Grundkonstruktionen, vorgehen. Planfigur und Konstruktionsbeschreibung stellen wichtige methodische Haltepunkte dar.</p> <p>Die Leitideen „Raum und Form“ und „Funktionaler Zusammenhang“ dominieren die einzelnen Inhalte je nach Schwerpunktsetzung in der Unterrichtsführung.</p>		
<b>4.1 Winkel und (Grund-)Konstruktionen</b>		ca. 15 Stunden
<b>Verbindliches Fachwissen</b>	<b>Verbindliche Kompetenzschwerpunkte G – Kurs</b>	<b>Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs</b>
<p><b>Winkel an Geraden</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Winkel an Geradenkreuzungen: Nebenwinkel, Scheitelwinkel</li> <li>– <u>Satz:</u> Die Summe der Maße von Winkel und Nebenwinkel beträgt <math>180^\circ</math>; Scheitelwinkel sind maßgleich.</li> <li>– Stufen- und Wechselwinkel an zwei Geraden, die von einer dritten Geraden geschnitten werden</li> <li>– <u>Satz:</u> Wenn Stufenwinkel bzw. Wechselwinkel an parallelen Geraden liegen, dann sind sie</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– identifizieren an Geradenkreuzungen Neben- und Scheitelwinkel</li> <li>– begründen die Eigenschaft von Winkel und Nebenwinkel und nutzen sie zur Begründung der Maßgleichheit von Scheitelwinkeln</li> <li>– erkennen die Orthogonalität der beiden Winkelhalbierenden an einer Geradenkreuzung</li> <li>– markieren Stufen- und Wechselwinkel in geeigneten Figuren</li> <li>– begründen die Maßgleichheit von Wechselwinkel an Parallelen und weitergehend</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– identifizieren an Geradenkreuzungen Neben- und Scheitelwinkel</li> <li>– begründen die Eigenschaft von Winkel und Nebenwinkel und nutzen sie zur Begründung der Maßgleichheit von Scheitelwinkeln</li> <li>– begründen die Orthogonalität der beiden Winkelhalbierenden an einer Geradenkreuzung</li> <li>– markieren Stufen- und Wechselwinkel in geeigneten Figuren</li> <li>– begründen die Maßgleichheit von Wechselwinkel an Parallelen und weitergehend</li> </ul>

<p>maßgleich. (Satz über Stufenwinkel und Wechselwinkel)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Kehrsatz des Satzes über Stufenwinkel und Wechselwinkel</li> <li>– <u>Satz</u>: In einem Dreieck beträgt die Summe der Maße der Innenwinkel <math>180^\circ</math>. (Satz über die Winkelsumme im Dreieck)</li> <li>– Winkelbeziehungen in gleichschenkligen und gleichseitigen Dreiecken</li> </ul>	<p>von Stufenwinkeln mit der Maßgleichheit von Scheitelwinkeln</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– formulieren den Kehrsatz zum Satz über die Stufen- und Wechselwinkel an Parallelen in Wenn-dann-Form</li> <li>– bestimmen Winkelmaße in Figuren durch Anwenden des Satzes über die Stufen- und Wechselwinkel an Parallelen</li> <li>– können geometrische Anwendungsaufgaben mit Hilfe der Sätze von Winkeln an Geraden(doppel)kreuzungen lösen</li> <li>– beweisen den Satz über die Winkelsumme im Dreieck (intuitiv)</li> <li>– berechnen Winkelmaße in Dreiecken und Teildreiecken mit Hilfe des Satzes über die Winkelsumme</li> <li>– <i>leiten eine Formel für die Winkelsumme in einem Viereck her</i></li> </ul>	<p>von Stufenwinkeln mit der Maßgleichheit von Scheitelwinkeln</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– formulieren den Kehrsatz zum Satz über die Stufen- und Wechselwinkel an Parallelen in Wenn-dann-Form</li> <li>– bestimmen Winkelmaße in Figuren durch Anwenden des Satzes über die Stufen- und Wechselwinkel an Parallelen</li> <li>– können geometrische Anwendungsaufgaben mit Hilfe der Sätze von Winkeln an Geraden(doppel)kreuzungen lösen</li> <li>– beweisen den Satz über die Winkelsumme im Dreieck (intuitiv und rechnerisch)</li> <li>– berechnen Winkelmaße in Dreiecken und Teildreiecken mit Hilfe des Satzes über die Winkelsumme</li> <li>– leiten eine Formel für die Winkelsumme in einem <b>Vieleck</b> her</li> </ul>
<p><b>Dreiecksarten</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– unregelmäßiges Dreieck</li> <li>– gleichschenkliges Dreieck</li> <li>– gleichseitiges Dreieck</li> <li>– spitzwinkliges Dreieck</li> <li>– rechtwinkliges Dreieck</li> <li>– stumpfwinkliges Dreieck</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– benennen die unterschiedlichen Dreiecksarten und können sie zuordnen</li> <li>– können die unterschiedlichen Dreiecke skizzieren und korrekt beschriften (Ecken, Seiten, Winkel)</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– benennen die unterschiedlichen Dreiecksarten und können sie zuordnen</li> <li>– können die unterschiedlichen Dreiecke skizzieren und korrekt beschriften (Ecken, Seiten, Winkel)</li> </ul>

<p><b>Kongruenz und Konstruktion von Dreiecken</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <u>Satz:</u> Im Dreieck ist die Summe zweier Seitenlängen stets größer als die Länge der dritten Seite. (Dreiecksungleichung)</li> <li>– <u>Kongruenzsatz sss:</u> Wenn zwei Dreiecke in den drei Seitenlängen übereinstimmen, dann sind sie kongruent.</li> <li>– <u>Kongruenzsatz sws:</u> Wenn zwei Dreiecke in den Längen zweier Seiten und dem Maß des von ihnen eingeschlossenen Winkels übereinstimmen, dann sind sie kongruent.</li> <li>– <u>Kongruenzsatz wsw:</u> Wenn zwei Dreiecke in der Länge einer Seite und den Maßen der beiden anliegenden Winkel übereinstimmen, dann sind sie kongruent.</li> <li>– <u>Kongruenzsatz Ssw:</u> Wenn zwei Dreiecke in den Längen zweier Seiten und dem Maß des Gegenwinkels der längeren Seite übereinstimmen, dann sind sie kongruent.</li> <li>– <i>Mittendreieck</i></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– entscheiden, ob aus drei gegebenen Streckenlängen ein Dreieck konstruierbar ist</li> <li>– nennen die Bedingung für die eindeutige Lösbarkeit der Konstruktion eines Dreiecks aus zwei Seitenlängen und dem Maß eines nicht eingeschlossenen Winkels</li> <li>– können Planskizzen zu geometrischen Problemstellungen anfertigen</li> <li>– konstruieren Dreiecke aus gemäß den Kongruenzsätzen gegebenen Seitenlängen und Winkelmaßen auch in Anwendungsaufgaben</li> <li>– <i>begründen Eigenschaften des Mittendreiecks</i></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– entscheiden, ob aus drei gegebenen Streckenlängen ein Dreieck konstruierbar ist</li> <li>– entwickeln die Bedingung für die Lösbarkeit der Konstruktion aufgabe wsw</li> <li>– zeigen an einem Gegenbeispiel, dass die Konstruktion eines Dreiecks aus einer Seitenlänge und zwei Winkelmaßen nicht eindeutig ist</li> <li>– zeigen an Beispielen, dass die Konstruktion eines Dreiecks aus zwei Seitenlängen und einem Winkelmaß eindeutig, nicht eindeutig lösbar oder unlösbar sein kann</li> <li>– nennen die Bedingung für die eindeutige Lösbarkeit der Konstruktion eines Dreiecks aus zwei Seitenlängen und dem Maß eines nicht eingeschlossenen Winkels</li> <li>– können Planskizzen zu geometrischen Problemstellungen anfertigen</li> <li>– konstruieren Dreiecke aus gemäß den Kongruenzsätzen gegebenen Seitenlängen und Winkelmaßen auch in Anwendungsaufgaben</li> <li>– können mit Hilfe einer Zeichnung begründen, dass zwei Dreiecke kongruent sind</li> <li>– <i>begründen Eigenschaften des Mittendreiecks</i></li> </ul>
---	--	---

4.2 Geometrische Konstruktionen an Dreiecken		ca. 30 Stunden
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte G – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs
<p><b>Ortslinien</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Mittelsenkrechte als Ortslinie</li> <li>– <u>Definition:</u> Die Mittelsenkrechte zu einer Strecke <math>\overline{AB}</math> ist die Ortslinie aller Punkte, die von den Punkten A und B gleich weit entfernt sind.</li> <li>– Lot auf eine Gerade</li> <li>– Winkelhalbierende als Ortslinie</li> <li>– <u>Definition:</u> Die Winkelhalbierende eines Winkels <math>\alpha</math> ist die Ortslinie aller Punkte, die von den beiden Schenkeln des Winkels gleich weit entfernt sind.</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– führen die Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal aus</li> <li>– können zwischen einer Konstruktion (nur mit Zirkel und Lineal) und einer Zeichnung (Verwendung des Geodreiecks ist erlaubt) unterscheiden</li> <li>– konstruieren und zeichnen die Mittelsenkrechte zu einer Strecke</li> <li>– veranschaulichen die Mittelsenkrechte mit Hilfe eines DGS als Ortslinie</li>   <li>– konstruieren und zeichnen die Winkelhalbierende eines Winkels</li> <li>– veranschaulichen die Winkelhalbierende mit Hilfe eines DGS als Ortslinie</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– führen die Grundkonstruktionen mit Zirkel und Lineal aus</li> <li>– können zwischen einer Konstruktion (nur mit Zirkel und Lineal) und einer Zeichnung (Verwendung des Geodreiecks ist erlaubt) unterscheiden</li> <li>– konstruieren und zeichnen die Mittelsenkrechte zu einer Strecke</li> <li>– veranschaulichen die Mittelsenkrechte mit Hilfe eines DGS als Ortslinie</li> <li>– konstruieren und zeichnen das Lot zu einer Geraden g durch einen Punkt P</li> <li>– konstruieren und zeichnen die Winkelhalbierende eines Winkels</li> <li>– veranschaulichen die Winkelhalbierende mit Hilfe eines DGS als Ortslinie</li> </ul>
<p><b>Besondere Linien und Punkte im Dreieck</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Umkreis eines Dreiecks: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Umkreismittelpunkt als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten</li> <li>➤ Lage des Umkreismittelpunktes</li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– entdecken (zum Beispiel mit Hilfe eines DGS), dass sich die Mittelsenkrechten eines beliebigen Dreiecks in genau einem Punkt schneiden</li> <li>– konstruieren/zeichnen den Mittelpunkt des Kreises durch drei nicht auf einer gemeinsamen Geraden liegende Punkte</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– entdecken (zum Beispiel mit Hilfe eines DGS), dass sich die Mittelsenkrechten eines beliebigen Dreiecks in genau einem Punkt schneiden</li> <li>– begründen die Existenz des gemeinsamen Schnittpunktes der Mittelsenkrechten</li> <li>– konstruieren/zeichnen den Mittelpunkt des Kreises durch drei nicht auf einer gemeinsamen Geraden liegende Punkte</li> </ul>



<ul style="list-style-type: none"> <li>- Winkelhalbierende als Ortslinie</li> <li>- Inkreis eines Dreiecks:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Inkreismittelpunkt als Schnittpunkt der Winkelhalbierenden</li> <li>➤ Lotstrecke als Radius des Inkreises</li> </ul> </li>   <li>- Seitenhalbierende eines Dreiecks</li> <li>- Schwerpunkt eines Dreiecks:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Schwerpunkt als Schnittpunkt der Seitenhalbierenden</li> <li>➤ Teilverhältnis 2:1</li> </ul> </li>   <li>- Höhen eines Dreiecks</li> <li>- Höhenschnittpunkt eines Dreiecks:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Lage des Höhenschnittpunktes</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen die drei unterschiedlichen Lagen des Umkreismittelpunktes</li> <li>- konstruieren den Umkreis eines Dreiecks</li> <li>- veranschaulichen den Umkreis eines Dreiecks mit Hilfe eines DGS</li>   <li>- entdecken (zum Beispiel mit Hilfe eines DGS), dass sich die Winkelhalbierenden eines Dreiecks in genau einem Punkt schneiden</li>   <li>- konstruieren den Inkreismittelpunkt und den Radius (Lotstrecke) des Inkreises mit Zirkel und Lineal</li> <li>- zeichnen die Winkelhalbierenden eines Dreiecks mit Hilfe eines Geodreiecks und anschließend den Inkreis</li>   <li>- ermitteln Schwerelinien eines Dreiecks in einem Experiment</li> <li>- zeichnen den Schwerpunkt eines Dreiecks</li> <li>- entdecken (zum Beispiel mit Hilfe eines DGS) den gemeinsamen Schnittpunkt der Seitenhalbierenden und das Teilverhältnis</li> <li>- konstruieren die Höhen eines Dreiecks und den gemeinsamen Schnittpunkt</li> <li>- kennen die drei unterschiedlichen Lagen des Höhenschnittpunktes</li> <li>- nutzen die Ortslinieneigenschaften von Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden in Anwendungsaufgaben</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen die drei unterschiedlichen Lagen des Umkreismittelpunktes</li> <li>- konstruieren den Umkreis eines Dreiecks</li> <li>- veranschaulichen den Umkreis eines Dreiecks mit Hilfe eines DGS</li>   <li>- entdecken (zum Beispiel mit Hilfe eines DGS), dass sich die Winkelhalbierenden eines Dreiecks in genau einem Punkt schneiden</li> <li>- <b>begründen die Existenz des Schnittpunktes der Winkelhalbierenden</b></li> <li>- konstruieren den Inkreismittelpunkt und den Radius (Lotstrecke) des Inkreises mit Zirkel und Lineal</li> <li>- zeichnen die Winkelhalbierenden eines Dreiecks mit Hilfe eines Geodreiecks und anschließend den Inkreis</li>   <li>- ermitteln Schwerelinien eines Dreiecks in einem Experiment</li> <li>- <b>konstruieren den Schwerpunkt eines Dreiecks</b></li> <li>- entdecken (zum Beispiel mit Hilfe eines DGS) den gemeinsamen Schnittpunkt der Seitenhalbierenden und das Teilverhältnis</li> <li>- konstruieren die Höhen eines Dreiecks und den gemeinsamen Schnittpunkt</li> <li>- kennen die drei unterschiedlichen Lagen des Höhenschnittpunktes</li> <li>- nutzen die Ortslinieneigenschaften von Mittelsenkrechten und Winkelhalbierenden in Anwendungsaufgaben</li> </ul>
--	--	--

<ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Satz:</u> Das Dreieck mit einer Grundseite der Länge <math>g</math> und der zugehörigen Höhe der Länge <math>h_g</math> hat den Flächeninhalt <math>A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_g</math>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- begründen die Formel zur Berechnung des Flächeninhaltes eines Dreiecks anschaulich</li> <li>- berechnen den Flächeninhalt von Dreiecken, auch in Kontexten</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- können komplexe geometrische Problemstellungen durch kombiniertes Anwenden verschiedener geometrischer Sätze oder Konstruktionsverfahren lösen</li> <li>- <i>kennen die Besonderheit der Eulergeraden</i></li> <li>- begründen die Formel zur Berechnung des Flächeninhaltes eines Dreiecks anschaulich</li> <li>- berechnen den Flächeninhalt von Dreiecken, auch in Kontexten</li> </ul>
<p><b>Satz des Thales</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Lagebeziehungen zwischen einer Geraden und einem Kreis („Sekante“, „Tangente“, „Passante“)</li> <li>- Thaleskreis als Umkreis des rechtwinkligen Dreiecks</li> <li>- <u>Satz des Thales:</u> Wenn bei einem Dreieck ABC der Eckpunkt C auf dem Kreis mit dem Durchmesser <math>\overline{AB}</math> liegt, dann hat das Dreieck bei C einen rechten Winkel.</li> <li>- Kehrsatz des Satzes von Thales</li> <li>- Tangenten an einen Kreis</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen die Begriffe „Sekante“, „Tangente“ und „Passante“ und können sie veranschaulichen</li> <li>- veranschaulichen den Thaleskreis mit Hilfe eines DGS als die Ortslinie aller Punkte, von denen aus eine vorgegebene Strecke unter einem rechten Winkel erscheint</li> <li>- konstruieren die Tangente an einen Kreis in einem Punkt der Kreislinie</li> <li>- konstruieren die Tangenten an einen Kreis von einem Punkt außerhalb des Kreises</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen die Begriffe „Sekante“, „Tangente“ und „Passante“ und können sie veranschaulichen</li> <li>- veranschaulichen den Thaleskreis mit Hilfe eines DGS als die Ortslinie aller Punkte, von denen aus eine vorgegebene Strecke unter einem rechten Winkel erscheint</li> <li>- beweisen den Satz des Thales</li> <li>- formulieren die Kontraposition und den Kehrsatz des Satzes von Thales</li> <li>- beweisen den Kehrsatz des Satzes von Thales</li> <li>- konstruieren die Tangente an einen Kreis in einem Punkt der Kreislinie</li> <li>- konstruieren die Tangenten an einen Kreis von einem Punkt außerhalb des Kreises</li> </ul>

Flächeninhaltsbestimmungen sind wesentliche Tätigkeiten im Bereich der Leitidee „Messen“.

**Fächerübergreifend**

- Sport: Satz des Thales (Schulhofexperiment)
- WP: Erstellen von Exponaten zum Beweis von Besonderen Linien und Punkten in Dreiecken (Bsp.: Schwerpunkt eines Dreiecks)
- GW: Landvermessung, Navigation

**Mögliche Methoden/Materialien**

- Dreiecksvermessung in Feld und Flur, z.B. zur maßstäblichen Ermittlung unzugänglicher Größen
- Verwenden eines DGS zur Veranschaulichung

**Berufsorientierung**

- Architekt/-in, Landschaftsgärtner/-in
- Fliesenleger/-in

<b>5. Lineare Funktionen</b>		ca. 25 Stunden
<p>Aufbauend auf den in Lernbereich 2 behandelten Zuordnungen wird der Funktionsbegriff entwickelt. Die Schülerinnen und Schüler lernen eine mathematische Methode kennen, die sich als universelles Mittel zur Beschreibung quantitativer Zusammenhänge, insbesondere auch in den Naturwissenschaften, erweist. Im Mittelpunkt stehen das Erkennen funktionaler Abhängigkeiten, deren formale Beschreibung mit Hilfe von Funktionstermen und die graphische Veranschaulichung.</p> <p>Im Rahmen des Modellierens realer Situationen werden das Aufstellen und Analysieren von Funktionstermen, die Verwendung einer formalen Sprache sowie das Strukturieren und Idealisieren eingeübt. Die Betrachtung linearer Funktionen bietet Zugang zu Eigenschaften und Begriffen, die den spezifischen Charakter dieser Funktionsklasse beschreiben, aber auch eine Verallgemeinerung ermöglichen. Proportionalitäten werden dadurch in einen größeren Zusammenhang gestellt. Die Eigenschaften der Funktionen und ihrer Graphen werden systematisch zur Lösung und Interpretation innermathematischer und anwendungsbezogener Problemstellungen genutzt.</p> <p>Das Thema wird namentlich und inhaltlich von der Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ geprägt.</p>		
<b>5.1 Funktionsbegriff</b>		ca. 10 Stunden
<b>Verbindliches Fachwissen</b>	<b>Verbindliche Kompetenzschwerpunkte G – Kurs</b>	<b>Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs</b>
<p><b>Zuordnung</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Zuordnung zwischen Größen (Wiederholung aus Kapitel 2)</li> <li>– Zuordnung zwischen Zahlenmengen mit Hilfe von             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Tabellen</li> <li>➤ Texten</li> <li>➤ Graphen</li> <li>➤ Termen</li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– nennen Beispiele für Zuordnungen, auch aus dem Alltag</li> <li>– wählen Darstellungen von Zuordnungen nach den sachlichen Erfordernissen</li> <li>– interpretieren geeignete Diagramme als Zuordnungen</li> <li>– zeichnen Graphen von Zuordnungen im Koordinatensystem</li> <li>– identifizieren in Sachzusammenhängen abhängige und unabhängige Größen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– nennen Beispiele für Zuordnungen, auch aus dem Alltag</li> <li>– wählen Darstellungen von Zuordnungen nach den sachlichen Erfordernissen</li> <li>– interpretieren geeignete Diagramme als Zuordnungen</li> <li>– zeichnen Graphen von Zuordnungen im Koordinatensystem</li> <li>– identifizieren in Sachzusammenhängen abhängige und unabhängige Größen</li> </ul>

Funktion als spezielle Zuordnung	Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Definitionsmenge <math>D</math>, Wertemenge <math>W</math></li> <li>- Existenz und Eindeutigkeit des zugeordneten Wertes</li> <li>- <u>Definition</u>: Eine Zuordnung bei der jedem <math>x</math>-Wert (Definitionsmenge) genau ein <math>y</math>-Wert/Funktionswert (Wertemenge) zugeordnet wird, heißt Funktion.</li> <li>- Schreibweise: <math>f: D \rightarrow W; x \mapsto y</math> mit <math>y = f(x)</math></li> <li>- Sprechweisen             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>f</math> : Funktionsname</li> <li>➤ <math>x</math> : Funktionsvariable</li> <li>➤ <math>f(x)</math>: Funktionsterm</li> <li>➤ <math>f(x_0)</math>: Funktionswert an der Stelle <math>x_0</math></li> <li>➤ <math>y = f(x)</math>: Funktionsgleichung</li> <li>➤ <math>x \rightarrow f(x)</math>: Funktionsvorschrift</li> </ul> </li> <li>- Wertetabelle</li> <li>- Wertemenge, Symbol <math>W</math></li> <li>- Funktionsgraph, Graph von <math>f</math>, Symbol <math>G_f</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- interpretieren Tabellen und Diagramme aus dem Alltag als Darstellungen von Funktionen</li> <li>- unterscheiden zwischen Elementen, denen zugeordnet wird, und Elementen, die zugeordnet werden</li> <li>- grenzen in Beispielen begründet Funktionen und Zuordnungen, die keine Funktionen sind, gegeneinander ab („Senkrechten-Test“)</li> <li>- verwenden die fachspezifischen Sprech- und Schreibweisen</li> <li>- erstellen Wertetabellen von Funktionen, auch mit elektronischen Hilfsmitteln</li> <li>- zeichnen Graphen von Funktionen, auch mit Hilfe eines Funktionenplotters</li> <li>- entscheiden begründet, ob ein Graph ein Funktionsgraph ist, insbesondere beim Kreis</li> <li>- lesen aus Funktionsgraphen Paare <math>(x y)</math> ab</li> <li>- überprüfen in geeigneten Fällen, ob eine gegebene Zahl Funktionswert ist</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- interpretieren Tabellen und Diagramme aus dem Alltag als Darstellungen von Funktionen</li> <li>- unterscheiden zwischen Elementen, denen zugeordnet wird, und Elementen, die zugeordnet werden</li> <li>- grenzen in Beispielen begründet Funktionen und Zuordnungen, die keine Funktionen sind, gegeneinander ab („Senkrechten-Test“)</li> <li>- verwenden die fachspezifischen Sprech- und Schreibweisen</li> <li>- interpretieren das Bilden von Kehrwert, Gegenzahl, Betrag, Vielfachen und Quadrat als Funktionsvorschriften und formalisieren dies</li> <li>- verwenden die Namen „Kehrwertfunktion“, „Betragfunktion“, „proportionale Funktion“ und „Quadratfunktion“</li> <li>- erstellen zu geeigneten Funktionen eine Gleichung der Form <math>y = f(x)</math></li> <li>- erstellen Wertetabellen von Funktionen, auch mit elektronischen Hilfsmitteln</li> <li>- zeichnen Graphen von Funktionen, auch mit Hilfe eines Funktionenplotters</li> <li>- entscheiden begründet, ob ein Graph ein Funktionsgraph ist, insbesondere beim Kreis</li> <li>- lesen aus Funktionsgraphen Paare <math>(x y)</math> ab</li> <li>- überprüfen in geeigneten Fällen, ob eine gegebene Zahl Funktionswert ist</li> </ul>

5.2 Lineare Funktionen		ca. 15 Stunden
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte G – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs
<p><b>Beispiele aus dem Alltag</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Zuordnungen mit Gleichungen der Form <math>y = m \cdot x + b</math></li> <li>– Parameter <math>m</math> und <math>b</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– grenzen in Beispielen begründet Zuordnungen, die durch <math>y = m \cdot x + b</math> beschrieben werden können, und andere Zuordnungen gegeneinander ab</li> <li>– verwenden die Begriffe „Anfangswert“ und „Änderungsrate“</li> <li>– entnehmen Funktionsgraphen und Tabellen die zugehörigen Werte für <math>m</math> und <math>b</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– grenzen in Beispielen begründet Zuordnungen, die durch <math>y = m \cdot x + b</math> beschrieben werden können, und andere Zuordnungen gegeneinander ab</li> <li>– verwenden die Begriffe „Anfangswert“ und „Änderungsrate“</li> <li>– entnehmen Funktionsgraphen und Tabellen die zugehörigen Werte für <math>m</math> und <math>b</math></li> </ul>
<p><b>Eigenschaften linearer Funktionen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <u>Definition:</u> Eine Funktion mit einer Gleichung der Form <math>y = m \cdot x + b</math>, wobei <math>m \in \mathbb{Q}</math> und <math>b \in \mathbb{Q}</math> gilt, heißt lineare Funktion. Der Funktionsgraph einer linearen Funktion ist eine Gerade.</li> <li>– Wertetabelle und Graph</li> <li>– Achsenschnittpunkte                         <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ y-Achsenabschnitt</li> <li>➤ Nullstelle als x-Koordinate des Schnittpunktes mit der x-Achse</li> </ul> </li> <li>– Steigungsbegriff                         <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Steigungsdreiecke</li> <li>➤ konstanter Differenzenquotient                                 <math display="block">m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}</math> </li> <li>➤ Steigung <math>m</math></li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– zeichnen Graphen linearer Funktionen händisch und mit Hilfe eines Funktionenplotters (mit Schieberegler)</li> <li>– veranschaulichen mit Hilfe eines Funktionenplotters, dass die Graphen linearer Funktionen Geraden sind</li> <li>– ermitteln und interpretieren in geeigneten Kontexten die Parameter <math>m</math> und <math>b</math></li> <li>– ordnen Graphen und Terme linearer Funktionen einander begründend zu</li> <li>– erläutern, dass eine lineare Funktion durch Angabe zweier zugehöriger Wertepaare (Punkte) eindeutig festgelegt ist</li> <li>– erstellen die Funktionsgleichung aus zwei Punkten des Graphen</li> <li>– beschreiben die Auswirkungen der Änderungen der Parameter <math>m</math> und <math>b</math> auf den Graph der linearen Funktion</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– zeichnen Graphen linearer Funktionen händisch und mit Hilfe eines Funktionenplotters (mit Schieberegler)</li> <li>– veranschaulichen mit Hilfe eines Funktionenplotters, dass die Graphen linearer Funktionen Geraden sind</li> <li>– ermitteln und interpretieren in geeigneten Kontexten die Parameter <math>m</math> und <math>b</math></li> <li>– ordnen Graphen und Terme linearer Funktionen einander begründend zu</li> <li>– erläutern, dass eine lineare Funktion durch Angabe zweier zugehöriger Wertepaare (Punkte) eindeutig festgelegt ist</li> <li>– erstellen die Funktionsgleichung aus zwei Punkten des Graphen</li> <li>– beschreiben die Auswirkungen der Änderungen der Parameter <math>m</math> und <math>b</math> auf den Graph der linearen Funktion</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Wachstumsverhalten             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ streng monoton wachsend (<math>m &gt; 0</math>)</li> <li>➤ streng monoton fallend (<math>m &lt; 0</math>)</li> <li>➤ konstant bleibend (<math>m = 0</math>)</li> </ul> </li>   <li>- Lagebeziehungen von Graphen linearer Funktionen             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Parallelitätsbedingung: Für zwei Geraden <math>g_1</math> und <math>g_2</math> mit den Steigungen <math>m_1</math> bzw. <math>m_2</math> gilt: <math>g_1 \parallel g_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2</math></li> <li>➤ Orthogonalitätsbedingung: Für zwei nicht achsenparallele Geraden <math>g_1</math> und <math>g_2</math> mit den Steigungen <math>m_1</math> bzw. <math>m_2</math> gilt: <math>g_1 \perp g_2 \Leftrightarrow m_1 \cdot m_2 = -1</math></li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- beschreiben das Wachstumsverhalten</li> <li>- lesen an Geraden den y- Achsenabschnitt ab und ermitteln die Steigung</li> <li>- zeichnen Geraden bei Vorgabe eines Punktes und der Steigung</li> <li>- berechnen gegebenenfalls die Nullstelle einer linearen Funktion</li>   <li>- modellieren bei passenden kontextgebundenen Aufgaben (insbesondere mit Alltagsbezug) mit Hilfe linearer Funktionen</li>   <li>- wenden die Parallelitätsbedingung an</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- interpretieren die Steigung einer Geraden als das konstante Verhältnis von Änderungen in der Vertikalen zu Änderungen in der Horizontalen</li> <li>- beschreiben das Wachstumsverhalten</li> <li>- lesen an Geraden den y- Achsenabschnitt ab und ermitteln die Steigung</li> <li>- zeichnen Geraden bei Vorgabe eines Punktes und der Steigung</li> <li>- berechnen gegebenenfalls die Nullstelle einer linearen Funktion und nutzen die Achsenschnittpunkte beim Zeichnen des Graphen</li> <li>- modellieren bei passenden kontextgebundenen Aufgaben (insbesondere mit Alltagsbezug) mit Hilfe linearer Funktionen</li>   <li>- begründen die Parallelitätsbedingung</li> <li>- vergleichen anhand von Funktionsgleichungen die Lagebeziehung der zugehörigen Geraden</li> <li>- stellen die Funktionsgleichungen von Geraden auf, die parallel zu einer vorgegebenen Geraden verlaufen</li> <li>- begründen die Orthogonalitätsbedingung bei schiefen Geraden im zweidimensionalen Koordinatensystem</li> <li>- überprüfen rechnerisch, ob gegebene schiefe Geraden einander senkrecht schneiden</li> <li>- stellen die Funktionsgleichungen von Geraden auf, die senkrecht zu einer vorgegeben Geraden verlaufen</li> </ul>
---	---	---

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sonderfälle             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ konstante Funktionen (<math>m = 0</math>)</li> <li>➤ proportionale Funktionen (<math>b = 0</math>)</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ermitteln rechnerisch und zeichnerisch den Schnittpunkt zweier Geraden</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ermitteln rechnerisch und zeichnerisch den Schnittpunkt zweier Geraden</li> <li>- begründen durch Termeigenschaften, dass bei proportionalen Funktionen dem k-fachen x-Wert der k-fache y-Wert zugeordnet wird</li> <li>- begründen, dass proportionale Zuordnungen Spezialfälle einer linearen Funktion darstellen</li> </ul>
<p>Parallelität und Orthogonalität stellen Bezüge zur <u>Leitidee</u> „Raum und Form“ her.</p>		
<p><b>Fächerübergreifend</b></p>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- NW:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Graphen, Diagramme, Tabellen und Formeln</li> <li>➤ Formeln der gleichförmigen Bewegung</li> <li>➤ Prozentualer Anstieg einer Straße</li> </ul> </li> <li>- Profa: Tarife (Handy, Taxi, ...)</li> </ul>		
<p><b>Mögliche Methoden/Materialien</b></p>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- DGS zur Veranschaulichung von linearen Funktionen (auch unter Verwendung von Schiebereglern)</li> <li>- Tabellenkalkulation (auch mit dem TR)</li> </ul>		
<p><b>Berufsorientierung</b></p>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Berufsbilder: Wirtschaftsanalytiker/in</li> </ul>		



6. Wahrscheinlichkeitsrechnung		ca. 12 Stunden
<p>In weiten Teilen des sozialen, politischen und wirtschaftlichen Lebens unserer Gesellschaft sowie im technischen Bereich werden Methoden der Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Analyse gegenwärtiger und zur Vorhersage künftiger Entwicklungen angewandt. Die Schülerinnen und Schüler mit den Denk- und Arbeitsweisen der Stochastik vertraut zu machen, ist somit eine zentrale Aufgabe eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts. Kern stochastischen Arbeitens ist das Modellieren realer Situationen, zentrale Idee der Begriff der Wahrscheinlichkeit. Die Schüleraktivität soll durch konkretes Handeln bei der Durchführung und Auswertung von Zufallsexperimenten gefördert werden. Reale Experimente und Simulationen mit dem Computer liefern die empirischen Daten, die als Grundlage von Mathematisierungen dienen können. Sowohl bei der Auswahl der Experimente– nicht nur mit Würfel und Münze – als auch bei der Interpretation und Anwendung der Ergebnisse erfahren die Schülerinnen und Schüler die Alltagsrelevanz der untersuchten Phänomene.</p> <p>Die Bedeutung der Grundbegriffe „Zufallsexperiment“ und „Ergebnis“ wird an Beispielen erläutert. Besonderes Augenmerk ist der eindeutigen Festlegung des zu beobachtenden Merkmals zu widmen. Der Begriff der Wahrscheinlichkeit wird als Schätzwert für die relative Häufigkeit von Ereignissen eingeführt und als Eintrittschance gedeutet. Die Normierung der Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse auf nichtnegative Zahlen mit der Summe Eins wird anhand von Beispielen plausibel gemacht. Die Einsicht, dass zur Festlegung einer Wahrscheinlichkeit die Beachtung empirischer Daten sinnvoll sein kann oder zusätzliche Annahmen zu treffen sind, begründet sich aus dem Unterschied zwischen dem Modell und der Realität. Die offensichtliche Additivität der relativen Häufigkeiten von Elementarereignissen führt zum Wahrscheinlichkeitsbegriff bei Ereignissen.</p> <p>Die Leitidee „Daten und Zufall“ bestimmt die Inhalte dieses Lernbereichs.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte G – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs
<p><b>Zufallsexperimente und ihre Auswertung</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Zufall in Situationen des Alltags</li> <li>– Begriffe: Experiment, Versuch</li> <li>– Eigenschaften eines Zufallsexperimentes                             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Notwendigkeit einer Vereinbarung über alle möglichen Ergebnisse</li> <li>➤ keine Vorhersehbarkeit des Ergebnis- und des Einzelversuchs</li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– führen Zufallsexperimente (z. B. Ziehen aus Urnen, Drehen von Glücksrädern, Werfen von Reißnägeln oder quaderförmigen Spielwürfeln) durch und dokumentieren die Ergebnisse (z. B. in Urlisten)</li> <li>– beschreiben Zufallsexperimente mit Worten</li> <li>– beschreiben die Ergebnisse eines Zufallsexperiments durch geeignete Symbole</li> <li>– verwenden die Mengenschreibweise zur Darstellung von <math>\Omega</math></li> <li>– fassen Ergebnisse zu Ereignissen zusammen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– führen Zufallsexperimente (z. B. Ziehen aus Urnen, Drehen von Glücksrädern, Werfen von Reißnägeln oder quaderförmigen Spielwürfeln) durch und dokumentieren die Ergebnisse (z. B. in Urlisten)</li> <li>– beschreiben Zufallsexperimente mit Worten</li> <li>– beschreiben die Ergebnisse eines Zufallsexperiments durch geeignete Symbole</li> <li>– verwenden die Mengenschreibweise zur Darstellung von <math>\Omega</math></li> <li>– fassen Ergebnisse zu Ereignissen zusammen</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Wiederholbarkeit unter gleichen Bedingungen</li> <li>– Ergebnisse, Symbole: <math>\omega_1, \omega_2, \dots</math></li> <li>– Ergebnismenge, Symbol: <math>\Omega</math></li> <li>– Ereignisse, Symbole: <math>A, B, C, \dots</math></li> <li>– mehrstufige Zufallsexperimente</li> <li>➤ Baumdiagramme</li> <li>➤ Ergebnisse als Pfade</li> <li>➤ Ergebnisse als Tupel</li> <li>– absolute und relative Häufigkeit von Ereignissen</li> <li>– Stabilisierung der relativen Häufigkeiten</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– beschreiben Ereignisse mit Worten und als Mengen</li> <li>– stellen mehrstufige Zufallsexperimente durch Baumdiagramme dar</li> <li>– können die Pfad- und Produktregel bei mehrstufigen Zufallsexperimenten mit Hilfe von Baumdiagrammen anwenden</li> <li>– stellen fest, dass sich die Werte der relativen Häufigkeiten bei vielen Versuchen (auch durch Simulation mit einem Tabellenkalkulationsprogramm) stabilisieren</li> <li>– wissen, dass die Summe der relativen Häufigkeiten aller Ergebnisse gleich 1 ist</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– beschreiben Ereignisse mit Worten und als Mengen</li> <li>– stellen mehrstufige Zufallsexperimente durch Baumdiagramme dar</li> <li>– können die Pfad- und Produktregel bei mehrstufigen Zufallsexperimenten mit Hilfe von Baumdiagrammen anwenden und begründen</li> <li>– stellen fest, dass sich die Werte der relativen Häufigkeiten bei vielen Versuchen (auch durch Simulation mit einem Tabellenkalkulationsprogramm) stabilisieren</li> <li>– begründen, warum die Summe der relativen Häufigkeiten aller Ergebnisse gleich 1 ist</li> </ul>
<p><b>Wahrscheinlichkeit</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Ereignisse <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ als Teilmengen von <math>\Omega</math></li> <li>➤ Elementarereignisse als einelementige Teilmengen</li> <li>➤ sicheres Ereignis, Symbol <math>\Omega</math></li> <li>➤ unmögliches Ereignis, Symbol <math>\{ \}, \emptyset</math></li> <li>➤ Gegenereignis, Symbol <math>\bar{A}</math></li> </ul> </li> <li>– Wahrscheinlichkeit als Prognose für die relative Häufigkeit bei vielen Versuchen</li> <li>– Interpretation der Wahrscheinlichkeit als Eintrittschance</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– unterscheiden Ergebnis und Ereignis</li> <li>– geben für konkrete Zufallsexperimente Elementarereignisse, Ereignisse, Gegenereignisse, das unmögliche Ereignis und das sichere Ereignis verbal und formal (Mengenschreibweise) an</li> <li>– kennen die Festlegungen: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist eine Zahl, die mindestens 0 und höchstens 1 ist.</li> <li>➤ Die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse ist 1.</li> </ul> </li> <li>– modellieren Zufallsexperimente durch idealisierende Festlegung der</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– unterscheiden Ergebnis und Ereignis</li> <li>– geben für konkrete Zufallsexperimente Elementarereignisse, Ereignisse, Gegenereignisse, das unmögliche Ereignis und das sichere Ereignis verbal und formal (Mengenschreibweise) an</li> <li>– begründen mit Hilfe der Eigenschaften der relativen Häufigkeit die Festlegungen: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist eine Zahl, die mindestens 0 und höchstens 1 ist.</li> <li>➤ Die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse ist 1</li> </ul> </li> <li>– modellieren Zufallsexperimente durch idealisierende Festlegung der</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Problematik der Vorhersage des Einzelfalles</li> <li>- Wahrscheinlichkeit             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ der Elementarereignisse</li> <li>➤ beliebiger Ereignisse</li> <li>➤ Symbol <math>P(A)</math></li> <li>➤ des sicheren Ereignisses</li> <li>➤ des unmöglichen Ereignisses</li> <li>➤ des Gegenereignisses</li> </ul> </li> </ul>	<p>Elementarereignisse und deren Wahrscheinlichkeiten, z. B. bei Glücksrädern und Urnen</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- vergleichen Wahrscheinlichkeitsmodelle mit Daten aus Zufallsexperimenten</li> <li>- berechnen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses als Summe der Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse</li> <li>- interpretieren berechnete Wahrscheinlichkeiten in Hinblick auf die Eintrittschance</li> <li>- bewerten Aussagen, die auf Wahrscheinlichkeiten beruhen, kritisch</li> </ul>	<p>Elementarereignisse und deren Wahrscheinlichkeiten, z. B. bei Glücksrädern und Urnen</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- vergleichen Wahrscheinlichkeitsmodelle mit Daten aus Zufallsexperimenten</li> <li>- konstruieren ausgehend von empirisch gewonnenen Daten stimmige Wahrscheinlichkeitsmodelle</li> <li>- berechnen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses als Summe der Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse</li> <li>- interpretieren berechnete Wahrscheinlichkeiten in Hinblick auf die Eintrittschance</li> <li>- bewerten Aussagen, die auf Wahrscheinlichkeiten beruhen, kritisch</li> </ul>
<p><b>Laplace-Experiment</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Gleichwahrscheinlichkeit aller Elementarereignisse</li> <li>- Wahrscheinlichkeit <math>\frac{1}{ \Omega }</math> eines Elementarereignisses</li> <li>- <math>P(A) = \frac{ A }{ \Omega } = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- verwenden den Begriff Laplace-Experiment zutreffend</li> <li>- nennen Beispiele und Gegenbeispiele für Laplace-Experimente</li> <li>- berechnen die Laplace-Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses als Quotient aus der „Anzahl der günstigen Ergebnisse“ und der „Anzahl aller möglichen Ergebnisse“</li> <li>- führen geeignete Experimente auf Laplace-Experimente zurück, z. B. die Augensumme beim Werfen zweier Würfel</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- verwenden den Begriff Laplace-Experiment zutreffend</li> <li>- nennen Beispiele und Gegenbeispiele für Laplace-Experimente</li> <li>- berechnen die Laplace-Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses als Quotient aus der „Anzahl der günstigen Ergebnisse“ und der „Anzahl aller möglichen Ergebnisse“</li> <li>- führen geeignete Experimente auf Laplace-Experimente zurück, z. B. die Augensumme beim Werfen zweier Würfel</li> </ul>
<p>Kombinatorische Überlegungen sprechen die <u>Leitidee</u> „Algorithmus und Zahl“ an.</p>		

<b>Fächerübergreifend</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- GW:<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Wahlumfragen, -prognosen</li><li>➤ Pierre Simon de Laplace</li></ul></li></ul>
<b>Mögliche Methoden/Materialien</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Simulationsprogramme</li><li>- Tabellenkalkulation zur Erzeugung von Zufallszahlen</li></ul>
<b>Berufsorientierung</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Berufsbilder: Meteorologe/-in</li></ul>
<b>Nachhaltigkeit</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Abfallwirtschaft und Abfallvermeidung: Trends und Daten</li><li>- Konsumverhalten von Verbrauchern</li></ul>

---

## Inhaltsverzeichnis

1. Terme .....	38
2. Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme .....	44
3. Wurzeln und reelle Zahlen .....	49
4. Satzgruppe des Pythagoras .....	54
5. Haus der Vierecke .....	57

1. Terme		ca. 36 Stunden
<p>Die Frage nach dem Umfang der Termkompetenz der Schülerinnen und Schüler ist im Zusammenhang mit der Nutzung digitaler Werkzeuge zu sehen. Im Unterricht sollte das Streben nach einem grundlegenden Verständnis der Termstruktur und dem Erkennen etwaiger Gleichwertigkeit im Vordergrund stehen.</p> <p>Methodisch sollen Terme sowohl in ihrer rechnerischen Struktur als auch in ihrer anschaulichen und situativen Bedeutung thematisiert werden. Ein ausschließlich kontextfreies und sequentes Üben formaler Rechentechnik führt in der Regel nicht zu einem fehlerresistenten und dauerhaften Verständnis.</p> <p>Mit gleicher Intention beschränke man sich bei der Auswahl der Terme auf einfache prototypische Muster mit überschaubarer Anzahl und Platzierung der Variablen. Beim Rechnen mit Bruchtermen sollten Fallunterscheidungen eine untergeordnete Rolle spielen.</p> <p>Grundlegende Techniken im Umgang mit Termen sollten im Sachzusammenhang erlernt werden (z.B. mit Formeln aus dem Haus der Vierecke). Insoweit können viele in diesem Lernbereich angesprochene Inhalte integriert in andere Lernbereiche unterrichtet werden. In gleicher Weise ergibt sich die Gelegenheit immanent zu wiederholen oder vorzubereiten.</p> <p>Die Leitideen „Zahl“ und „Funktionaler Zusammenhang“ tragen in diesem Lernbereich die mathematischen Überlegungen.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte G – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs
<p><b>Terme aufstellen, strukturieren, vergleichen und auswerten</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Terme mit Variablen in Alltagssituationen und sonstigen Kontexten</li> <li>- Rechengesetze                             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Kommutativgesetz</li> <li>➤ Assoziativgesetz</li> <li>➤ Distributivgesetz</li> </ul> </li> <li>- Auswerten von Termen                             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Definitionsmenge <math>D</math></li> <li>➤ Prioritätsregeln</li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- stellen Terme in Kontexten auf, z. B.                             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Flächen-, Oberflächen- und Volumenterme</li> <li>➤ Paketschnurterme</li> <li>➤ Abzählterme geometrischer Muster</li> <li>➤ Terme zu Zahlenrätseln</li> </ul> </li> <li>- beschreiben Umfang und Flächeninhalt geometrischer Figuren durch Terme mit geeigneten Variablen</li> <li>- setzen vorgegebene Terme in Bezug zu vorgegebenen Situationen</li> <li>- kennen die Rechengesetze und können sie anwenden</li> <li>- unterscheiden zwischen dem Term und den Werten des Terms</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- stellen Terme in Kontexten auf, z. B.                             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Flächen-, Oberflächen- und Volumenterme</li> <li>➤ Paketschnurterme</li> <li>➤ Abzählterme geometrischer Muster</li> <li>➤ <i>Zinsterme</i></li> <li>➤ Terme zu Zahlenrätseln</li> </ul> </li> <li>- beschreiben Umfang und Flächeninhalt geometrischer Figuren durch Terme mit geeigneten Variablen</li> <li>- setzen vorgegebene Terme in Bezug zu vorgegebenen Situationen</li> <li>- kennen die Rechengesetze und können sie anwenden</li> <li>- unterscheiden zwischen dem Term und den Werten des Terms</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Gleichwertigkeit von Termen             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Symbol =</li> <li>➤ Vergleichen von Termen mittels Wertetabellen</li> </ul> </li> <li>- Identifizieren der Grundstruktur             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Summe, Differenz, Produkt, Quotient</li> <li>➤ Potenz</li> <li>➤ Prioritätensetzung durch Klammern</li> <li>➤ Prioritätensetzung durch Bruchstriche</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- erstellen Wertetabellen vorgegebener Terme, auch mit digitalem Werkzeug</li> <li>- berechnen die Werte von Termen unter Beachtung der Prioritätsregeln</li> <li>- ermitteln zu gegebenen Werten von Termen passende Werte der Variablen</li> <li>- bezeichnen zwei Terme als gleichwertig über einer Menge <math>D</math>, wenn bei jeder Einsetzung beide Terme den gleichen Wert annehmen</li> <li>- überprüfen die Gleichwertigkeit von Termen, auch mit Bezug zum Kontext</li> <li>- erläutern das Gleichheitszeichen als Zeichen für Gleichwertigkeit</li> <li>- beschreiben Terme mit Worten und erstellen Terme an Hand verbaler Beschreibungen, z. B. mit Hilfe von Rechenbäumen</li> <li>- analysieren Terme kontrastierend, z. B. als Summe zweier Produkte im Vergleich zum Produkt zweier Summen</li> <li>- verwenden Klammern und Bruchstriche als Prioritäten setzende Symbole</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- erstellen Wertetabellen vorgegebener Terme, auch mit digitalem Werkzeug</li> <li>- berechnen die Werte von Termen unter Beachtung der Prioritätsregeln</li> <li>- identifizieren lineare und nichtlineare Abhängigkeiten in Termen</li> <li>- erläutern konkrete Beispiele, bei denen der Wert des Terms sich ver-<math>k^n</math>-facht (<math>n \in \mathbb{N}</math>), wenn der Wert der Variablen ver-<math>k</math>-facht wird</li> <li>- ermitteln zu gegebenen Werten von Termen passende Werte der Variablen</li> <li>- bezeichnen zwei Terme als gleichwertig über einer Menge <math>D</math>, wenn bei jeder Einsetzung beide Terme den gleichen Wert annehmen</li> <li>- überprüfen die Gleichwertigkeit von Termen, auch mit Bezug zum Kontext</li> <li>- erläutern das Gleichheitszeichen als Zeichen für Gleichwertigkeit</li> <li>- beschreiben Terme mit Worten und erstellen Terme an Hand verbaler Beschreibungen, z. B. mit Hilfe von Rechenbäumen</li> <li>- analysieren Terme kontrastierend, z. B. als Summe zweier Produkte im Vergleich zum Produkt zweier Summen</li> <li>- verwenden Klammern und Bruchstriche als Prioritäten setzende Symbole</li> <li>- veranschaulichen die Formel für das Produkt zweier Summen durch Zerlegung einer Rechteckfläche, z. B. <math>(a + b) \cdot (x + y + z)</math></li> </ul>
--	--	---

<p><b>Terme umformen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Äquivalenzumformungen von Termen durch Anwenden von Rechenregeln:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ordnen und zusammenfassen</li> <li>➤ Plus- / Minusklammerregel anwenden</li> <li>➤ ausklammern</li> <li>➤ ausmultiplizieren</li> <li>➤ erweitern und kürzen</li> <li>➤ gleichnamig machen</li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- bezeichnen Umformungen, die zu gleichwertigen Termen führen, als Äquivalenzumformungen</li> <li>- formen Terme mit Variablen mit Hilfe von Rechenregeln äquivalent um</li> <li>- überprüfen exemplarisch Äquivalenzumformungen durch Einsetzen von Zahlenwerten</li> <li>- können die Minusklammerregeln mit Hilfe des Ausklammerns von <math>(-1)</math> bzw. des Ausmultiplizierens eines Faktors <math>(-1)</math> anwenden</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- bezeichnen Umformungen, die zu gleichwertigen Termen führen, als Äquivalenzumformungen</li> <li>- formen Terme mit Variablen mit Hilfe von Rechenregeln äquivalent um</li> <li>- überprüfen exemplarisch Äquivalenzumformungen durch Einsetzen von Zahlenwerten</li> <li>- klammern in geeigneten Termen insbesondere den Faktor <math>(-1)</math> aus, z.B.  <math display="block">b - a = (-1) \cdot (-b + a) = -(a - b)</math> </li> <li>- erläutern die Minusklammerregeln mit Hilfe des Ausklammerns von <math>(-1)</math> bzw. des Ausmultiplizierens eines Faktors <math>(-1)</math></li> </ul>
---	--	---



<p><b>Potenzen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Potenzen mit Exponenten 0 oder 1:           <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>a^0 := 1, (a \neq 0)</math></li> <li>➤ <math>a^1 = a, (a \in \mathbb{Q})</math></li> </ul> </li> <li>- Potenzrechenregeln Bei <u>natürlichen</u> Exponenten und geeigneten Basen gilt:           <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ gleiche Basis: <math>a^m \cdot a^n = a^{m+n}</math> <math>\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \text{ falls } m \geq n, (a \neq 0)</math></li> <li>➤ gleicher Exponent: <math>a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m</math> <math>\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m (b \neq 0)</math></li> <li>➤ Potenz der Potenz: <math>(a^m)^n = a^{m \cdot n}</math></li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen die Definition für Potenzen mit den Exponenten 0 und 1</li> <li>- verbalisieren die Potenzrechenregeln</li> <li>- wenden die Definition von Potenzen an</li> <li>- belegen an Beispielen, dass es bei Strichrechnung keine analogen Potenzrechenregeln gibt</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen die Definition für Potenzen mit den Exponenten 0 und 1</li> <li>- erläutern die Problematik einer Wertzuweisung für die Potenz <math>0^0</math> mittels Permanenzreihen</li> <li>- begründen zurückführend auf die Definition von <math>a^n</math> die Gültigkeit der Potenzrechenregeln</li> <li>- verbalisieren die Potenzrechenregeln</li> <li>- wenden die Definition von Potenzen an</li> <li>- belegen an Beispielen, dass es bei Strichrechnung keine analogen Potenzrechenregeln gibt</li> </ul>
<p><b>Produkte von Summen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Produkte von Summen <math>(a + b) \cdot (c + d)</math> <math>= ac + ad + bc + bd</math></li> <li>- Binomische Formeln: <math>(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2</math> <math>(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2</math> <math>(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2</math></li> <li>- <i>binomische Terme</i> <math>(a + b)^n</math> mit <math>n \leq 5</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können Produkte von Summen/Differenzen mit Hilfe einer Erweiterung des Distributivgesetzes vereinfachen</li> <li>- veranschaulichen die binomischen Formeln geometrisch durch Zerlegungen von Quadraten</li> <li>- nennen die binomischen Formeln</li> <li>- wenden die binomischen Formeln an (ausmultiplizieren)</li> <li>- können aus der Summenform der binomischen Formel die Klammer darstellen (faktorisieren)</li> <li>- ergänzen geeignete quadratische Terme in einer Variablen zu binomischen Termen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können Produkte von Summen/Differenzen mit Hilfe einer Erweiterung des Distributivgesetzes vereinfachen</li> <li>- veranschaulichen die binomischen Formeln geometrisch durch Zerlegungen von Quadraten</li> <li>- nennen die binomischen Formeln</li> <li>- wenden die binomischen Formeln an (ausmultiplizieren)</li> <li>- können aus der Summenform der binomischen Formel die Klammer darstellen (faktorisieren)</li> <li>- ergänzen geeignete quadratische Terme in einer Variablen zu binomischen Termen</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Pascalsches Dreieck</i></li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>entwickeln das Bildungsgesetz des Pascalschen Dreiecks induktiv durch Ausmultiplizieren binomischer Terme</i></li> <li>- <i>erstellen das Pascalsche Dreieck bis <math>n = 5</math></i></li> <li>- <i>verwenden das Pascalsche Dreieck zum Ausmultiplizieren binomischer Terme</i></li> </ul>
<p><b>Terme und Formeln</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Terme zur Definition oder Beschreibung von Größen</li> <li>- Formeln als Gleichungen</li> <li>- Auflösen von Formeln nach den Variablen</li> <li>- Formeln als funktionale Zusammenhänge</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- nennen Beispiele für Formeln aus verschiedenen Fachgebieten</li> <li>- lösen Formeln insbesondere aus der Geometrie und aus der Physik nach den Variablen auf, z. B. <math>A = \frac{a+c}{2} \cdot h</math> und <math>W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- nennen Beispiele für Formeln aus verschiedenen Fachgebieten</li> <li>- lösen Formeln insbesondere aus der Geometrie und aus der Physik nach den Variablen auf, z. B. <math>A = \frac{a+c}{2} \cdot h</math> und <math>W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2</math></li> <li>- interpretieren Formeln insbesondere aus der Geometrie und aus der Physik funktional</li> </ul>
<p><b>Bruchterme</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definition: Ein Bruchterm ist ein Bruch bei dem die Variable im Nenner steht</li> <li>- Definitionsmenge</li> <li>- Kürzen und Erweitern von Bruchtermen</li> <li>- Rechnen mit Bruchtermen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division)</li> </ul>	<p>Wird nicht im G-Kurs behandelt</p>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können die Definition eines Bruchterms wiedergeben</li> <li>- können die Definitionsmenge von Bruchtermen bestimmen</li> <li>- können Bruchterme kürzen und erweitern</li> <li>- rechnen mit Bruchtermen mit einer Variablen, z. B. <math>\frac{1}{a+1} + \frac{1}{1-a}</math></li> </ul>

**Fächerübergreifend**

- ITG: Berechnen von Termen mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogrammes
- NW: Umstellen von physikalischen Formeln

**Mögliche Methoden/Materialien**

- Anregungen zu selbstständigen Schülerarbeit
  - Erstellen eines Termedominos
  - Aufgaben aus der Prozentrechnung als Verhältnisgleichung modellieren
  - Rechnungen mit dem Maßstab als Verhältnisgleichung modellieren
- Digitale Werkzeuge
  - Erstellung von Wertetabellen mit Tabellenkalkulation
  - Überprüfung von Termumformungen mit Computeralgebrasystemen

**Berufsorientierung**

- Berufsbilder:
  - Ingenieur/in, Laborant/in

2. Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme		ca. 16 Stunden
<p>Die linearen Gleichungen stehen in engem Zusammenhang mit den linearen Funktionen aus der Klassenstufe 7. Terme in zwei Variablen, deren Werte eine dritte Größe beschreiben, spielen in vielen Sachzusammenhängen eine Rolle. Lineare Terme stehen in Klassenstufe 8 zunächst im Vordergrund.</p> <p>Lineare Gleichungssystem bieten eine hervorragende Möglichkeit, algebraische und graphische Methoden miteinander zu verbinden und eine lokale Problemlösestrategie zu entwickeln.</p> <p>Angesprochen ist in diesem Lernbereich die Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte G – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs
<p><b>Terme der Form</b> <math>a \cdot x + b \cdot y</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Terme in mehreren Variablen</li> <li>- lineare Terme in zwei Variablen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- bezeichnen sinnvolle mathematische Ausdrücke mit Zahlen, Variablen, Rechenzeichen oder Klammern als Terme</li> <li>- erläutern Terme in Berechnungsformeln z. B. für Umfang, Flächeninhalt, Oberflächeninhalt, Volumen, Gesamtkantenlänge als Terme in mehreren Variablen</li> <li>- vereinfachen Terme gemäß den Rechenregeln für rationale Zahlen</li> <li>- unterscheiden nichtlineare und lineare Terme aufgrund ihrer formalen Struktur</li> <li>- modellieren eine geeignete im Kontext gegebene Problemstellung mit Hilfe eines linearen Terms</li> <li>- werten lineare Terme aus</li> <li>- variieren bei linearen Termen den Wert einer Variablen bei konstanten Werten der übrigen Variablen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- bezeichnen sinnvolle mathematische Ausdrücke mit Zahlen, Variablen, Rechenzeichen oder Klammern als Terme</li> <li>- erläutern Terme in Berechnungsformeln z. B. für Umfang, Flächeninhalt, Oberflächeninhalt, Volumen, Gesamtkantenlänge als Terme in mehreren Variablen</li> <li>- vereinfachen Terme gemäß den Rechenregeln für rationale Zahlen</li> <li>- unterscheiden nichtlineare und lineare Terme aufgrund ihrer formalen Struktur</li> <li>- modellieren eine geeignete im Kontext gegebene Problemstellung mit Hilfe eines linearen Terms</li> <li>- werten lineare Terme aus</li> <li>- variieren bei linearen Termen den Wert einer Variablen bei konstanten Werten der übrigen Variablen</li> <li>- bringen Nebenbedingungen in lineare Terme ein, z. B. beim Umfang eines Rechtecks, dessen eine Seite dreimal so lang ist wie die andere</li> </ul>

<p><b>Gleichungen der Form</b>  <math>a \cdot x + b \cdot y = c</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Bezeichnung: lineare Gleichung in den Variablen <math>x</math> und <math>y</math></li> <li>- Menge der Paare rationaler Zahlen als Grundmenge, Symbol <math>\mathbb{Q} \times \mathbb{Q}</math></li> <li>- Bestimmung der Lösungsmenge</li> <li>- Klassifizierung der Lösungsmengen</li> <li>- Darstellung der Lösungsmenge als             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Graph einer linearen Funktion</li> <li>➤ als achsenparallele Gerade</li> </ul> </li> <li>- Anwendungsbeispiele aus dem Alltag</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- prüfen durch Einsetzen, ob ein Zahlenpaar Lösung ist</li> <li>- finden Lösungen durch Probieren und stellen sie als Zahlenpaare dar</li> <li>- lösen eine lineare Gleichung nach <math>x</math> oder nach <math>y</math> auf</li> <li>- führen begründend Äquivalenzumformungen bei linearen Gleichungen durch</li> <li>- stellen Lösungen in Tabellen und als Punkte im Koordinatensystem dar</li> <li>- unterscheiden, in welchen Fällen die Lösungsmenge             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ leer ist</li> <li>➤ durch eine Gerade dargestellt wird</li> <li>➤ gleich der Grundmenge ist</li> </ul> </li> <li>- ordnen Graphen und lineare Gleichungen einander begründend zu</li> <li>- fertigen Zeichnungen zu Lösungsmengen linearer Gleichungen auch mit Hilfe eines DGS an</li> <li>- erkennen, dass äquivalente lineare Gleichungen durch identische Geraden dargestellt werden</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- prüfen durch Einsetzen, ob ein Zahlenpaar Lösung ist</li> <li>- finden Lösungen durch Probieren und stellen sie als Zahlenpaare dar</li> <li>- lösen eine lineare Gleichung nach <math>x</math> oder nach <math>y</math> auf</li> <li>- führen begründend Äquivalenzumformungen bei linearen Gleichungen durch</li> <li>- stellen Lösungen in Tabellen und als Punkte im Koordinatensystem dar</li> <li>- unterscheiden, in welchen Fällen die Lösungsmenge             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ leer ist</li> <li>➤ durch eine Gerade dargestellt wird</li> <li>➤ gleich der Grundmenge ist</li> </ul> </li> <li>- ordnen Graphen und lineare Gleichungen einander begründend zu</li> <li>- fertigen Zeichnungen zu Lösungsmengen linearer Gleichungen auch mit Hilfe eines DGS (auch mit Schieberegler) an</li> <li>- begründen, dass lineare Gleichungen mit <math>a = 0 \wedge b \neq 0</math> bzw. mit <math>b = 0 \wedge a \neq 0</math> durch achsenparallele Geraden dargestellt werden</li> <li>- begründen, dass die Variation von <math>c</math> eine Parallelschar liefert</li> <li>- begründen, dass äquivalente lineare Gleichungen durch identische Geraden dargestellt werden</li> </ul>
---	---	---

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– modellieren im Kontext gegebene Alltagssituationen mit Hilfe linearer Gleichungen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– modellieren im Kontext gegebene Alltagssituationen mit Hilfe linearer Gleichungen</li> </ul>
<p><b>Gleichungssysteme der Form</b></p> $\begin{cases} a_1 \cdot x + b_1 \cdot y = c_1 \\ a_2 \cdot x + b_2 \cdot y = c_2 \end{cases}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>– <u>Bezeichnung:</u> Lineares Gleichungssystem (LGS) mit zwei Gleichungen in zwei Variablen</li> <li>– Gleichungssystem als UND-Aussageform, Wahrheitswert</li> <li>– Lösungen linearer Gleichungssysteme</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– prüfen durch Einsetzen, ob ein Zahlenpaar Lösung des LGS ist</li> <li>– wissen, dass ein LGS auch unendlich viele Lösungen haben kann</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– prüfen durch Einsetzen, ob ein Zahlenpaar Lösung des LGS ist</li> <li>– erstellen zu einem vorgegebenen Zahlenpaar ein LGS, das genau diese Lösung hat</li> <li>– nennen Beispiele für nichtlineare Gleichungssysteme</li> <li>– begründen, dass ein LGS auch unendlich viele Lösungen haben kann</li> <li>– können lineare und nicht-lineare Gleichungssysteme unterscheiden</li> </ul>
<p><b>Lösungsverfahren</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Graphisches Lösen <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Schnittmenge von Geraden</li> <li>➤ Typisierung der Lösungsmenge bei zueinander nichtparallelen, (echt) parallelen und identischen Geraden</li> </ul> </li> <li>– Rechnerisches Lösen <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Gleichsetzungsverfahren</li> <li>➤ Einsetzungsverfahren</li> <li>➤ <i>Additionsverfahren</i></li> </ul> </li> <li>– Lösungsmenge eines LGS</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– erläutern, dass Lösungen eines LGS durch gemeinsame Punkte von Geraden dargestellt werden können</li> <li>– lösen lineare Gleichungssysteme graphisch</li> <li>– wissen, dass LGS mit genau einer Lösung graphisch durch einander sich schneidende Geraden dargestellt werden</li> <li>– wissen, dass LGS mit leerer Lösungsmenge graphisch durch echt parallele Geraden dargestellt werden</li> <li>– setzen einen linearen Term in einen anderen ein und vereinfachen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– erläutern, dass Lösungen eines LGS durch gemeinsame Punkte von Geraden dargestellt werden können</li> <li>– lösen lineare Gleichungssysteme graphisch</li> <li>– begründen, dass LGS mit genau einer Lösung graphisch durch einander sich schneidende Geraden dargestellt werden</li> <li>– begründen, dass LGS mit leerer Lösungsmenge graphisch durch echt parallele Geraden dargestellt werden</li> <li>– setzen einen linearen Term in einen anderen ein und vereinfachen</li> <li>– addieren und subtrahieren lineare Terme und multiplizieren einen linearen Term mit einer Zahl</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– lösen LGS rechnerisch mit dem Gleichsetzungs- und dem Einsetzungsverfahren (<i>und Additionsverfahren</i>) und machen die Probe</li> <li>– können die Lösungsmenge eines LGS angeben</li> <li>– notieren bei Äquivalenzumformungen von LGS grundsätzlich beide Teilgleichungen untereinander</li> <li>– wählen zu einem gegebenen LGS ein zweckmäßiges Lösungsverfahren</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– lösen LGS rechnerisch mit den drei verschiedenen Verfahren und machen die Probe</li> <li>– können die Lösungsmenge eines LGS angeben</li> <li>– notieren bei Äquivalenzumformungen von LGS grundsätzlich beide Teilgleichungen untereinander</li> <li>– wählen zu einem gegebenen LGS ein zweckmäßiges Lösungsverfahren</li> <li>– begründen den Einsatz des gewählten Lösungsverfahrens</li> <li>– zeigen an Beispielen, dass LGS mit unendlich vielen Lösungen nicht allgemeingültig sein müssen</li> <li>– <i>stellen mit Hilfe der Determinante die Parallelität von Geraden fest</i></li> <li>– <i>lösen LGS mit mehr als zwei Gleichungen und mehr als zwei Variablen</i></li> </ul>
<p><b>Anwendung in Alltag und Technik</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– „5-Schritt-Methode“</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– verwenden die „5-Schritt-Methode“ um Gleichungssysteme von Alltagsproblemen zu lösen, z. B. beim Vergleichen von Tarifen</li> <li>– machen bei Anwendungsaufgaben die Probe im Sachzusammenhang</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– verwenden die „5-Schritt-Methode“ um Gleichungssysteme von Alltagsproblemen zu lösen, z. B. beim Vergleichen von Tarifen</li> <li>– machen bei Anwendungsaufgaben die Probe im Sachzusammenhang</li> <li>– <i>formulieren Anwendungsaufgaben zu vorgegebenen linearen Gleichungssystemen</i></li> </ul>
<p>Die Untersuchung der Lagebeziehungen von Geraden stellt eine Verbindung zur <u>Leitidee</u> „Raum und Form“ dar.</p>		

**Fächerübergreifend**

- ITG: Berechnen von Termen mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogrammes

**Mögliche Methoden/Materialien**

- Anregungen zu selbstständigen Schülerarbeit
  - Einsatz eines DGS mit Schiebereglern für a, b, c zur graphischen Darstellung der Lösungsmengen der Gleichungen  $a \cdot x + b \cdot y = c$
- Digitale Werkzeuge
  - Erstellung von Wertetabellen mit dem Taschenrechner

**Berufsorientierung**

- Berufsbilder:
  - Eventmanager/in



3. Wurzeln und reelle Zahlen		ca. 16 Stunden
<p>Ist die mit den rationalen Zahlen belegte Zahlengerade vollständig belegt? Kann jeder Strecke eine rationale Maßzahl zugeordnet werden? Diese Fragen finden Antworten in zahlentheoretischen Überlegungen. Damit ist man auch beim klassischen Problem der Kommensurabilität einer Strecke mit einer anderen (mit der Einheitsstrecke) angelangt. Die Rolle des Taschenrechners muss im erweiterten Zahlenbereich <math>\mathbb{R}</math> neu überdacht werden. Die Leitidee „Algorithmus und Zahl“ prägt die Inhalte dieses Lernbereichs. Wichtige Aspekte werden durch die Leitidee „Grenzprozesse und Näherungsverfahren“ erfasst.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte G – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs
<p><b>Irrationale Zahlen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rationale Zahlen (Wiederholung aus Klassenstufe 6)                             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ als vorzeichenbehaftete Bruchzahlen</li> <li>➤ als vorzeichenbehaftete endliche oder periodische Dezimalbrüche</li> <li>➤ als dicht liegende Punkte auf der Zahlengeraden</li> </ul> </li> <li>– Beispiele für irrationale Maßzahlen                             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Diagonale im Einheitsquadrat</li> <li>➤ Raumdiagonale im Einheitswürfel</li> <li>➤ Kreiszahl <math>\pi</math></li> <li>➤ Grenzwert beim Heronverfahren</li> <li>➤ idealisiertes Seitenverhältnis bei den DIN-Papierformaten</li> </ul> </li> <li>– <u>Definition:</u> Quadratwurzel Die Lösung der Gleichung <math>x^2 = a</math> mit <math>a \geq 0</math> heißt Quadratwurzel von <math>a</math>, kurz: Wurzel von <math>a</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– geben Beispiele für rationale Zahlen in Bruch- und Dezimalschreibweise an</li> <li>– nennen die Bedingungen für endliche bzw. periodische Dezimaldarstellungen von Brüchen</li> <li>– konstruieren und markieren auf der Zahlengeraden die zu gegebenen rationalen Zahlen gehörenden Punkte</li> <li>– kennen die Definition der Quadratwurzel und die zugehörigen Begriffe</li> <li>– nennen zu vorgegebenen Zahlen die Quadratzahlen (1 – 20)</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– geben Beispiele für rationale Zahlen in Bruch- und Dezimalschreibweise an</li> <li>– nennen die Bedingungen für endliche bzw. periodische Dezimaldarstellungen von Brüchen</li> <li>– konstruieren und markieren auf der Zahlengeraden die zu gegebenen rationalen Zahlen gehörenden Punkte</li> <li>– begründen, dass die rationalen Zahlen auf der Zahlengeraden dicht liegen</li> <li>– deuten das Heronverfahren als Bildung einer Folge von Intervallen</li> <li>– konstruieren mit Hilfe des Heronverfahrens eine Intervallschachtelung für eine vorgegebene Quadratwurzel unter Voraussetzung ihrer Existenz</li> <li>– kennen die Definition der Quadratwurzel und die zugehörigen Begriffe</li> <li>– nennen zu vorgegebenen Zahlen die Quadratzahlen (1 – 20, 25, 30)</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Symbol: <math>\sqrt{a}</math> (Bezeichnung von a: Radikand)</li> <li>- Wurzelziehen (auch: Radizieren)</li> <li>- Geometrische Interpretation der Quadratwurzel als Maßzahl der Seitenlänge des Quadrats mit dem Flächeninhalt A.</li> <li>- <i>Beweis der Irrationalität von <math>\sqrt{p}</math> für Primzahlen p</i></li> <li>- Intervallschachtelung <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ definierende Eigenschaften</li> <li>➤ Beispiel: Intervallhalbierungsverfahren</li> <li>➤ <i>Beispiel: dezimale Intervallschachtelung</i></li> <li>➤ <i>Beispiel: Heronverfahren als Intervallschachtelung</i></li> </ul> </li> <li>- Darstellung irrationaler Zahlen <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ mittels Intervallschachtelung</li> <li>➤ als unendlich nicht periodische Dezimalbrüche</li> </ul> </li> <li>- numerische Näherungen durch Taschenrechner</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- nennen zu vorgegebenen Quadratzahlen die passende ganzzahlige Quadratwurzel (1 bis 400, 625, 900)</li> <li>- können reinquadratische Gleichungen lösen</li> <li>- erläutern die geometrische Interpretation der Quadratwurzel an Beispielen</li> <li>- bestimmen Wurzeln näherungsweise unter Zuhilfenahme der naheliegenden Quadratzahlen</li> <li>- erzeugen und beschreiben Beispiele für Dezimaldarstellungen irrationaler Zahlen</li> <li>- nennen die Kreiszahl <math>\pi</math> als Beispiel für eine irrationale Zahl, die keine Wurzel einer rationalen Zahl ist</li> <li>- <i>erläutern die Vorschrift für das Herstellen von DIN-Papierformaten</i></li> <li>- <i>begründen, dass die DIN-Papierformate im mathematischen Modell das feste Seitenverhältnis <math>\sqrt{2}</math> aufweisen</i></li> <li>- bestimmen Näherungswerte für irrationale Zahlen passend zum Kontext (Hinweis: Wiederholung Stellenwerttafel für das Runden von Dezimalzahlen)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- nennen zu vorgegebenen Quadratzahlen die passende ganzzahlige Quadratwurzel (1 bis 400, 625, 900)</li> <li>- können reinquadratische Gleichungen lösen</li> <li>- erläutern die geometrische Interpretation der Quadratwurzel an Beispielen</li> <li>- führen einen indirekten Beweis der Irrationalität von <math>\sqrt{2}</math> und erläutern damit das Verfahren des Beweises durch Widerspruch</li> <li>- finden Dezimaldarstellungen irrationaler Zahlen durch das Intervallhalbierungsverfahren und/oder mittels dezimaler Intervallschachtelung</li> <li>- erzeugen und beschreiben Beispiele für Dezimaldarstellungen irrationaler Zahlen</li> <li>- nennen die Kreiszahl <math>\pi</math> als Beispiel für eine irrationale Zahl, die keine Wurzel einer rationalen Zahl ist</li> <li>- erläutern die Vorschrift für das Herstellen von DIN-Papierformaten</li> <li>- begründen, dass die DIN-Papierformate im mathematischen Modell das feste Seitenverhältnis <math>\sqrt{2}</math> aufweisen</li> <li>- bestimmen Näherungswerte für irrationale Zahlen passend zum Kontext</li> </ul>
---	---	--

<b>Menge der reellen Zahlen</b>	Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Menge <math>\mathbb{R}</math> der reellen Zahlen</li> <li>- Menge <math>\mathbb{I} = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}</math> der irrationalen Zahlen</li> <li>- Einbettung der Zahlenmengen <math>\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}</math> und <math>\mathbb{I}</math> in <math>\mathbb{R}</math></li> <li>- Vollständigkeit von <math>\mathbb{R}</math> bezüglich Intervallschachtelungen (ohne Beweis)</li> <li>- Rechenregeln gemäß Permanenzprinzip</li> <li>- Besondere Terme mit reellen Zahlen <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Summe reeller Zahlen</li> <li>➤ Produkt reeller Zahlen</li> <li>➤ Quotient zweier Quadratwurzeln</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- erläutern den Begriff „reelle Zahl“</li> <li>- weisen gegebene Zahlen den Mengen <math>\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}</math> und <math>\mathbb{R}</math> zu und umgekehrt</li> <li>- erstellen Venn-Diagramme zu den Zahlenmengen</li> <li>- beschreiben anschaulich die Vollständigkeit der reellen Zahlen</li> <li>- wenden beim Umformen von Rechenausdrücken mit reellen Zahlen die Rechenregeln an</li> <li>- untersuchen Produkte aus rationalen und irrationalen Zahlen auf Irrationalität</li> <li>- vereinfachen Terme mit Quadratwurzeln</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- erläutern den Begriff „reelle Zahl“</li> <li>- weisen gegebene Zahlen den Mengen <math>\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}</math> und <math>\mathbb{R}</math> zu und umgekehrt</li> <li>- erstellen das Venn-Diagramm zu den Zahlenmengen</li> <li>- beschreiben anschaulich die Vollständigkeit der reellen Zahlen</li> <li>- wenden beim Umformen von Rechenausdrücken mit reellen Zahlen die Rechenregeln an</li> <li>- <b>beweisen, dass die Summe einer rationalen und einer irrationalen Zahl irrational ist</b></li> <li>- untersuchen Produkte aus rationalen und irrationalen Zahlen auf Irrationalität</li> <li>- vereinfachen Terme mit Quadratwurzeln</li> </ul>

<p><b>Rechnen mit Wurzeln</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Rechenregeln <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Addieren/Subtrahieren von Wurzeln  <math>a\sqrt{x} + b\sqrt{x} = (a + b)\sqrt{x}</math>,  <math>x \geq 0</math></li> <li>➤ Multiplizieren von Wurzeln  <math>\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = \sqrt{x \cdot y}</math>, <math>x, y \geq 0</math></li> <li>➤ Dividieren von Wurzeln  <math>\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}</math>, <math>x \geq 0, y &gt; 0</math></li> <li>➤ teilweises Radizieren  <math>\sqrt{x^2 y} = x\sqrt{y}</math>, <math>x, y \geq 0</math></li> </ul> </li> <li>- <i>Quadratwurzelterme und Definitionsmenge</i>  <math>\sqrt{x - y}</math>,  <math>D = \{x, y \in \mathbb{R} \mid x - y \geq 0\}</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können Wurzeln addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren</li> <li>- belegen an Beispielen, dass im Allgemeinen <math>\sqrt{x + y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}</math></li> <li>- können Wurzeln vereinfachen durch teilweises Radizieren</li> <li>- können das teilweise Radizieren rückgängig machen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können Wurzeln addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren</li> <li>- belegen an Beispielen, dass im Allgemeinen <math>\sqrt{x + y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y}</math></li> <li>- können Wurzeln vereinfachen durch teilweises Radizieren</li> <li>- können das teilweise Radizieren rückgängig machen</li> <li>- bestimmen die Definitionsmenge eines Quadratwurzelterms durch das Lösen einer Ungleichung</li> </ul>
--	--	---

**Fächerübergreifend**

- GW: Geschichte der irrationalen Zahlen, Entdeckung der Irrationalität (bspw. Hippasos von Metapont, Heron von Alexandria, Georg Cantor)
- Ethik: Irrationalität und Philosophie

**Mögliche Methoden/Materialien**

- Anregungen zu selbstständigen Schülerarbeit
  - Erstellen einer Mindmap zum Thema rationale Zahlen
  - Erforschen numerischer Ungenauigkeiten
- Digitale Werkzeuge
  - Tabellenkalkulation zur Anwendung des Heronverfahrens
  - Aufsuchen von Geburtsdaten als Ziffernfolgen in der Dezimaldarstellung von  $\pi$  mit Hilfe von Programmen aus dem Internet

**Berufsorientierung**

- Berufsbilder:
  - Elektrotechniker/in, Bauingenieur/in

4. Satzgruppe des Pythagoras		ca. 28 Stunden
<p>Nach der Behandlung der Dreieckseigenschaften (Klassenstufe 7) geht es nun um die rechnerischen Zusammenhänge zwischen Seiten und Winkeln im Dreieck. In Klassenstufe 8 beschränkt sich die Untersuchung auf Streckenlängen in rechtwinkligen Dreiecken, bevor in Klassenstufe 9 mit Sinus, Kosinus und Tangens beliebige ebene Dreiecke betrachtet werden.</p> <p>Die hier behandelten Sätze bewähren sich insbesondere bei Berechnungen an Körpern, wo es gilt, zunächst geeignete rechtwinklige Bestimmungsdreiecke zu erkennen.</p> <p>Die Satzgruppe des Pythagoras verbindet in vielfältiger Weise die Leitideen „Algorithmus und Zahl“, „Messen“, „Raum und Form“ und „Funktionaler Zusammenhang“.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte G – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs
<p><b>Satz des Pythagoras</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– vollständige Beschriftung eines allgemeinen Dreiecks (Winkel, Seiten, Ecken)</li> <li>– Benennung der Seiten im rechtwinkligen Dreieck (Katheten, Hypotenuse)</li> <li>– <u>Satz des Pythagoras (SdP)</u>: Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann ist die Summe der Flächeninhalte der Quadrate über den Katheten gleich dem Flächeninhalt des Quadrates über der Hypotenuse.</li> <li>– Kontraposition des Satzes des Pythagoras</li> <li>– <u>Kehrsatz zum Satz des Pythagoras</u>: Wenn die Summe der Flächeninhalte der Quadrate über den beiden kürzeren Seiten eines Dreiecks gleich dem Flächeninhalt des Quadrates über der längsten</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– können ein allgemeines Dreieck vollständig beschriften</li> <li>– ordnen die Bezeichnungen Kathete und Hypotenuse den Dreieckseiten eines rechtwinkligen Dreiecks zu</li> <li>– nennen den SdP</li> <li>– formulieren den SdP an vorgegebenen rechtwinkligen Dreiecken in algebraischer Form</li> <li>– berechnen unbekannte Seitenlängen in rechtwinkligen Dreiecken</li> <li>– berechnen Streckenlängen in ebenen Schnitten durch Körper</li> <li>– berechnen den Abstand von Punkten in kartesischen Koordinatensystemen</li> <li>– kennen Kehrsatz des SdP und können ihn anwenden</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– können ein allgemeines Dreieck vollständig beschriften</li> <li>– ordnen die Bezeichnungen Kathete und Hypotenuse den Dreieckseiten eines rechtwinkligen Dreiecks zu</li> <li>– nennen den SdP</li> <li>– beweisen den SdP</li> <li>– formulieren den SdP an vorgegebenen rechtwinkligen Dreiecken in algebraischer Form</li> <li>– berechnen unbekannte Seitenlängen in rechtwinkligen Dreiecken</li> <li>– <i>konstruieren Strecken mit einer Quadratwurzel als Maßzahl ihrer Länge</i></li> <li>– berechnen Streckenlängen in ebenen Schnitten durch Körper</li> <li>– berechnen den Abstand von Punkten in kartesischen Koordinatensystemen</li> <li>– unterscheiden zwischen Kehrsatz und Kontraposition</li> <li>– beweisen den Kehrsatz des SdP</li> </ul>

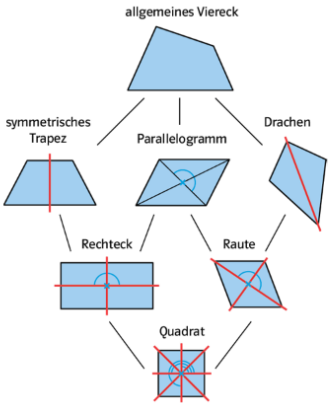
<p>Seite ist, dann ist das Dreieck rechtwinklig.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>pythagoreische Zahlentripel</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ natürliche Zahlen <math>a, b, c</math> mit <math>a^2 + b^2 = c^2</math></li> <li>➤ <i>Erstellungsformeln</i>  <math>(m, n \in \mathbb{N}; m &gt; n)</math>  <math>a = m^2 - n^2; b = 2mn;</math>  <math>c = m^2 + n^2</math></li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- nutzen den Kehrsatz des SdP zur Überprüfung der Rechtwinkligkeit von Dreiecken mit gegebenen Seitenlängen</li> <li>- <i>finden pythagoreische Zahlentripel</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- nutzen den Kehrsatz des SdP zur Überprüfung der Rechtwinkligkeit von Dreiecken mit gegebenen Seitenlängen</li> <li>- <i>finden pythagoreische Zahlentripel, auch mit Hilfe vorgegebener Formeln</i></li> </ul>
<p><b>Höhensatz</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Höhensatz:</u>                  Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann hat das Quadrat über der Höhe den gleichen Flächeninhalt wie das aus den beiden Hypotenusen Abschnitten gebildete Rechteck.  <math>h^2 = p \cdot q</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- nennen den Höhensatz</li> <li>- formulieren den Höhensatz an vorgegebenen rechtwinkligen Dreiecken in algebraischer Form</li> <li>- nutzen den Höhensatz, um Streckenlängen zu berechnen, auch in komplexen Figuren</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- nennen den Höhensatz</li> <li>- beweisen den Höhensatz</li> <li>- formulieren den Höhensatz an vorgegebenen rechtwinkligen Dreiecken in algebraischer Form</li> <li>- nutzen den Höhensatz, um Streckenlängen zu berechnen, auch in komplexen Figuren</li> <li>- <i>wandeln ein Rechteck mit Zirkel und Lineal in ein Quadrat mit gleichem Flächeninhalt um</i></li> </ul>
<p><b>Kathetensatz</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Kathetensatz:</u>                  Wenn ein Dreieck rechtwinklig ist, dann hat das Quadrat über einer Kathete den gleichen Flächeninhalt wie das aus der Hypotenuse und dem anliegenden Hypotenusen Abschnitt gebildete Rechteck.  <math>a^2 = p \cdot c</math>  <math>b^2 = q \cdot c</math></li> </ul>		<p><i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>kennen den Kathetensatz und können ihn anwenden</i></li> </ul>

<p><b>Anwendung der Sätze</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Beispiele:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Diagonalenlänge in Quadraten</li> <li>➤ Strecken an quadratischen Pyramiden</li> <li>➤ Leiter an Hauswand</li> <li>➤ Giebelhöhe</li> <li>➤ Blickweite von einem Leuchtturm zum Meereshorizont</li> <li>➤ <i>geometrische Konstruktion von Quadratwurzeln, Wurzelspirale</i></li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- identifizieren in komplexen Figuren und Körpern rechtwinklige Dreiecke</li> <li>- können unterscheiden, ob der SdP oder sein Kehrsatz anzuwenden ist</li> <li>- vollziehen in ihren Aufgabenbearbeitungen Schritte des Problemlösens explizit: Problemexploration, Vorgehensplanung, Planausführung mit Ergebnis, Formulierung der Lösung</li> <li>- überprüfen ihre Lösungen auf Plausibilität im Sachkontext</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- identifizieren in komplexen Figuren und Körpern rechtwinklige Dreiecke</li> <li>- begründen, ob der SdP oder sein Kehrsatz anzuwenden ist</li> <li>- vollziehen in ihren Aufgabenbearbeitungen Schritte des Problemlösens explizit: Problemexploration, Vorgehensplanung, Planausführung mit Ergebnis, Formulierung der Lösung</li> <li>- überprüfen ihre Lösungen auf Plausibilität im Sachkontext</li> </ul>
<p><b>Fächerübergreifend</b></p>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- GW: Ägyptische Pyramiden</li> <li>- BK: Baukörper in der Architektur, Dachkonstruktion</li> </ul>		
<p><b>Mögliche Methoden/Materialien</b></p>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Anregungen zu selbstständigen Schülerarbeit             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Herstellen einer Knotenschnur zur Demonstration des Kehrsatzes des SdP</li> <li>➤ Abstecken rechtwinkliger Dreiecke (z.B. auf dem Schulhof)</li> <li>➤ Recherche und Vorstellen alternativer Beweisverfahren zum Satz des Pythagoras</li> <li>➤ Recherche zu bedeutenden Personen (Pythagoras von Samos, Euklid von Alexandria)</li> </ul> </li> <li>- Digitale Werkzeuge             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ DGS</li> <li>➤ Tabellenkalkulation zur Listung pythagoreischer Dreiecke</li> </ul> </li> </ul>		
<p><b>Berufsorientierung</b></p>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Berufsbilder: Beamter/Beamtin – Feuerwehr (mittlerer technischer Dienst)</li> </ul>		



5. Haus der Vierecke		ca. 16 Stunden
<p>Auf der Entwicklungslinie Dreieck-Viereck-Vieleck lassen sich sowohl viele interessante Analogien als auch zahlreiche kontrastierende Bezüge herstellen. Mathematische Verfahren und Begriffe erhalten so eine wiederholende Anwendung oder müssen gegebenenfalls erweitert werden. Ein Schwerpunkt des Unterrichts sollte auf einer einordnenden Gliederung und auf grundlegenden geometrischen Eigenschaften der Figuren liegen. Damit wird die Leitidee „Raum und Form“ aufgegriffen.</p> <p>Ein weiterer Schwerpunkt ist das Entwickeln von Formeln für Umfang und Flächeninhalt sowie das Umformen und Auflösen dieser Formeln nach bestimmten Variablen. Dies geht mit einem Sinn tragenden Aufbau der Termkompetenz einher. Die Leitideen „Messen“ und „Funktionaler Zusammenhang“ sind dabei gleichermaßen angesprochen.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte G – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs
<p><b>Vierecke</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ebene Vierecke als Punktmenge</li> <li>- Bezeichnungen, z. B.                             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>A, B, C, D</math> für die Eckpunkte</li> <li>➤ <math>a, b, c, d</math> für die Seiten und ihre Längen</li> <li>➤ <math>\alpha, \beta, \gamma, \delta</math> für die Innenwinkel und ihre Maße</li> <li>➤ <math>e, f</math> für die Diagonalen und ihre Längen</li> </ul> </li> <li>- Winkelsumme im Viereck</li> <li>- konvexe und nichtkonvexe Vierecke</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können ein Viereck zeichnen und korrekt beschriften</li> <li>- unterscheiden die Abfolge der Bezeichnungsweise für Seiten und Winkel im Viereck von der im Dreieck</li> <li>- wissen, dass die Winkelsumme im Viereck <math>360^\circ</math> beträgt</li> <li>- kennen konvexe und nichtkonvexe Vierecke</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können ein Viereck zeichnen und korrekt beschriften</li> <li>- unterscheiden die Abfolge der Bezeichnungsweise für Seiten und Winkel im Viereck von der im Dreieck</li> <li>- begründen, dass die Winkelsumme im Viereck <math>360^\circ</math> beträgt</li> <li>- bezeichnen Vierecke, bei denen alle Innenwinkelmaße kleiner als <math>180^\circ</math> sind, als konvexe Vierecke</li> </ul>
<p><b>Definition und Eigenschaften von konvexen Vierecken</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Definition:</u> Ein Viereck mit vier gleich langen Seiten und vier rechten Winkeln heißt <b>Quadrat</b>.</li> <li>- <u>Definition:</u> Ein Viereck mit vier rechten Winkeln heißt <b>Rechteck</b>.</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- nennen die Definition der einzelnen Vierecke</li> <li>- nennen die definierenden Eigenschaften von Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm, Trapez und Drachen</li> <li>- können die unterschiedlichen Vierecke zeichnen bzw. skizzieren</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- nennen die Definition der einzelnen Vierecke</li> <li>- nennen die definierenden Eigenschaften von Quadrat, Rechteck, Raute, Parallelogramm, Trapez und Drachen</li> <li>- können die unterschiedlichen Vierecke zeichnen bzw. skizzieren</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Definition:</u> Ein Viereck mit vier gleich langen Seiten heißt <b>Raute</b> oder <b>Rhombus</b>.</li> <li>- <u>Definition:</u> Ein Viereck, bei dem einander gegenüberliegende Seiten parallel sind heißt <b>Parallelogramm</b>.</li> <li>- <u>Definition:</u> Ein Viereck mit einem Paar paralleler Gegenseiten heißt <b>Trapez</b>.</li> <li>- Bezeichnungen beim Trapez: Grundseiten, Schenkel, Mittenparallele</li> <li>- <u>Definition:</u> Ein Viereck mit zwei Paaren aneinanderstoßender gleich langer Seiten heißt <b>Drachen</b>.</li> <li>- Eigenschaften von Seiten, Diagonalen und Winkeln bei Quadrat, Rechteck, Raute, Drachen und Parallelogramm</li> <li>- Symmetrien bei Quadrat, Rechteck, Raute, Drachen, Trapez, gleichschenkliges Trapez und Parallelogramm</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>unterscheiden definierende und resultierende Eigenschaften</i></li> <li>- geben Symmetrieachsen und Symmetriezentren bei Quadrat, Rechteck, Raute, Drachen, Parallelogramm und gleichschenkligen Trapez an</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- konstruieren ein Trapez, dessen vier Seitenlängen gegeben sind, mit Zirkel und Lineal</li> <li>- unterscheiden definierende und resultierende Eigenschaften</li> <li>- geben Symmetrieachsen und Symmetriezentren bei Quadrat, Rechteck, Raute, Drachen, Parallelogramm und gleichschenkligen Trapez an</li> <li>- beschriften ein Trapez mit korrekten Bezeichnungen</li> </ul>
---	---	---

<p><b>Gliederung im Haus der Vierecke</b></p> 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– skizzieren das Haus der Vierecke auf Grundlage verschiedener Eigenschaften (Symmetrie, rechte Winkel, parallele Seiten)</li> <li>– schließen im Haus der Vierecke auf sich vererbende Eigenschaften</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– skizzieren das Haus der Vierecke auf Grundlage verschiedener Eigenschaften (Symmetrie, rechte Winkel, parallele Seiten)</li> <li>– schließen im Haus der Vierecke auf sich vererbende Eigenschaften</li> <li>– bilden Kehraussagen zu Eigenschaften und prüfen den Wahrheitswert</li> </ul>
<p><b>Flächeninhaltsberechnungen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Strategien der Flächeninhaltsbestimmung <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Rückführen auf den Flächeninhalt von Dreiecken oder Rechtecken</li> <li>➤ Zerlegungs- und Ergänzungsgleichheit</li> </ul> </li> <li>– <u>Satz:</u> Ein Parallelogramm mit einer Grundseite der Länge <math>g</math> und der zugehörigen Höhe der Länge <math>h_g</math> hat den Flächeninhalt <math>A</math> mit <math>A = g \cdot h_g</math>.</li> <li>– <u>Satz:</u> Ein achsensymmetrischer Drachen mit Diagonalen der Längen <math>e</math> bzw. <math>f</math> hat den Flächeninhalt <math>A</math> mit <math>A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f</math>.</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– können Flächeninhalte durch Zerlegung in Dreiecke und Rechtecke bestimmen</li> <li>– kennen die Flächeninhaltsformeln von Parallelogramm, Drachen und Trapez und können sie anwenden</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– können Flächeninhalte durch Zerlegung in Dreiecke und Rechtecke bestimmen</li> <li>– kennen die Flächeninhaltsformeln von Parallelogramm, Drachen und Trapez und können sie anwenden</li> <li>– leiten die Flächeninhaltsformeln her</li> <li>– deuten die Flächeninhaltsformel für den achsensymmetrischen Drachen geometrisch sowohl ausgehend von einem Rechteck als auch von einem Dreieck</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Satz:</u> Ein Trapez mit Grundseiten der Längen <math>a</math> bzw. <math>c</math> sowie mit der zugehörigen Höhe der Länge <math>h</math> hat eine Mittelparallele <math>m</math> mit der Länge <math>m = \frac{a+c}{2}</math> und den Flächeninhalt <math>A</math> mit <math>A = m \cdot h</math>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- können die Mittelparallele eines Trapezes berechnen</li> <li>- übertragen die Flächeninhaltsformeln gemäß der Vererbung im Haus der Vierecke</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- begründen geometrisch, dass in einem Trapez die Länge der Mittelparallele der arithmetische Mittelwert der Längen der beiden Grundseiten ist</li> <li>- können die Mittelparallele eines Trapezes berechnen</li> <li>- übertragen die Flächeninhaltsformeln gemäß der Vererbung im Haus der Vierecke</li> <li>- lösen Formeln für Flächeninhalte nach einer Streckenlänge auf</li> </ul>
---	--	---

**Fächerübergreifend**

- Physik: Kräfteparallelogramm
- BK: Verzerrung von Rechtecken bei Zentralperspektive
- GW: Heron von Alexandria (um 100 n. Chr.)

**Mögliche Methoden/Materialien**

- Anregungen zu selbstständigen Schülerarbeit
  - Herstellen eines Quartett-Kartenspiels zu den Viereckarten und deren Eigenschaften
  - Anfertigen eines Posters zum Haus der Vierecke mit Beispielfiguren
- Digitale Werkzeuge
  - DGS

**Berufsorientierung**

- Berufsbilder:
  - Architekt/in

---

## Inhaltsverzeichnis

1. Quadratische Funktionen und Gleichungen .....	62
2. Potenzen, Potenzgesetze und Potenzfunktionen .....	67
3. Ähnlichkeit.....	74
4. Trigonometrie.....	77
5. Kreis .....	82
6. Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	85

1. Quadratische Funktionen und Gleichungen		ca. 40 Stunden
<p>Mit der Behandlung quadratischer Funktionen lernen die Schülerinnen und Schüler eine wichtige Klasse nicht linearer Funktionen kennen. Der Einfluss von Parametern auf den Verlauf des Funktionsgraphen sollte exemplarisch unter den Aspekten „Streckung in y-Richtung“ und „Verschiebungen in den Achsenrichtungen“ auch mit digitalen Werkzeugen und Medien untersucht werden. Die Zusammenhänge zwischen Term und Graph sowie weitere zu untersuchende Eigenschaften werden in höheren Klassenstufen bei anderen Funktionstypen wieder aufgegriffen. Die Frage nach den Nullstellen führt unmittelbar auf quadratische Gleichungen. Die Lösung quadratischer Gleichungen und Ungleichungen sowie die Bedingungen für die Lösbarkeit ergeben sich im Zusammenspiel mit den Graphen der entsprechenden Funktionen. In diesem Lernbereich sind primär die Leitideen „Funktionaler Zusammenhang“ sowie „Algorithmus und Zahl“ angesprochen.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte A – Kurs
<p><b>Quadratfunktion</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Definition:</u> Die Funktion <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto x^2</math> heißt Quadratfunktion. Ihr Graph heißt Normalparabel.</li> <li>- Eigenschaften                             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Definitionsmenge <math>\mathbb{R}</math></li> <li>➤ Wertemenge <math>\mathbb{R}_+</math></li> <li>➤ Funktionsgleichung <math>y = x^2</math> (<math>f(x) = x^2</math>)</li> <li>➤ Graph</li> <li>➤ Nullstelle, Scheitelpunkt, Tiefpunkt</li> <li>➤ Öffnungsrichtung</li> <li>➤ Steigungsverhalten</li> <li>➤ Symmetrie der Normalparabel</li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- erstellen eine Wertetabelle zur Quadratfunktion und aus dieser den Funktionsgraphen</li> <li>- stellen die Quadratfunktion in den Zusammenhang mit dem Flächeninhalt von Quadraten</li> <li>- kennen und nutzen die Eigenschaft: dem <math>k</math>-fachen <math>x</math>-Wert wird der <math>k^2</math>-fache <math>y</math>-Wert zugeordnet</li> <li>- skizzieren die Normalparabel unter Berücksichtigung repräsentativer Punkte und charakteristischer Eigenschaften</li> <li>- bestimmen zu Punkten der Normalparabel Funktions- und Ausgangswerte</li> <li>- begründen die Symmetrie der Normalparabel</li> <li>- beschreiben die Lage und den Verlauf der Normalparabel unter Verwendung der Fachsprache</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- erstellen eine Wertetabelle zur Quadratfunktion und aus dieser den Funktionsgraphen</li> <li>- stellen die Quadratfunktion in den Zusammenhang mit dem Flächeninhalt von Quadraten</li> <li>- belegen und nutzen die Eigenschaft: dem <math>k</math>-fachen <math>x</math>-Wert wird der <math>k^2</math>-fache <math>y</math>-Wert zugeordnet</li> <li>- skizzieren die Normalparabel unter Berücksichtigung repräsentativer Punkte und charakteristischer Eigenschaften</li> <li>- bestimmen zu Punkten der Normalparabel Funktions- und Ausgangswerte</li> <li>- begründen die Symmetrie der Normalparabel</li> <li>- beschreiben die Lage und den Verlauf der Normalparabel unter Verwendung der Fachsprache</li> </ul>

<b>Operationen mit der Quadratfunktion</b>	Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Verschiebung in <math>y</math>-Richtung <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto x^2 + e, \quad e \in \mathbb{R}</math></li> <li>- Verschiebung in <math>x</math>-Richtung <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto (x - d)^2, \quad d \in \mathbb{R}</math></li> <li>- Spiegelung an der <math>x</math>-Achse: <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto -x^2</math></li> <li>- Streckung in <math>y</math>-Richtung             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto a \cdot x^2, \quad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}</math></li> <li>➤ Streckfaktor <math>a</math></li> <li>➤ Spezialfall <math>a = -1</math>: Spiegelung an der <math>x</math>-Achse</li> </ul> </li> <li>- Scheitelpunktform             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto a \cdot (x - d)^2 + e, \quad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, d, e \in \mathbb{R}</math></li> <li>➤ Scheitelpunkt <math>(d   e)</math></li> </ul> </li> <li>- Eigenschaften             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Nullstellen</li> <li>➤ Öffnungsrichtung</li> <li>➤ Scheitelpunkt, Hoch-/Tiefpunkt</li> <li>➤ Symmetrieachse</li> <li>➤ Parabel als Graph</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- erstellen Wertetabellen bei den unterschiedlichen Operationen und stellen jeweils den Zusammenhang zur Quadratfunktion her</li> <li>- skizzieren die Funktionsgraphen bei unterschiedlichen Operationen händisch</li> <li>- zeichnen die Funktionsgraphen zu Kombinationen von Operationen mit Hilfe eines Funktionenplotters mit Schiebereglern</li> <li>- beschreiben die Auswirkung der Variation der Parameter <math>a, e</math> und <math>d</math> auf den Graphen der Funktion</li> <li>- erläutern, dass alle Parabeln mit dem gleichen Streckfaktor kongruent sind</li> <li>- erstellen Graphen und Scheitelpunktform anhand verbal vorgegebener Eigenschaften oder/und Operationen</li> <li>- lesen an Graphen Parameterwerte der Operationen ab und geben die Scheitelpunktform an</li> <li>- wissen, dass eine Parabel durch Angabe des Scheitels und des Streckfaktors eindeutig festgelegt ist</li> <li>- zeichnen Parabeln ausgehend von Gleichungen in Scheitelpunktform</li> <li>- beschreiben die Lage und den Verlauf von Parabeln unter Verwendung der Fachsprache</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- erstellen Wertetabellen bei den unterschiedlichen Operationen und stellen jeweils den Zusammenhang zur Quadratfunktion her</li> <li>- skizzieren die Funktionsgraphen bei unterschiedlichen Operationen händisch</li> <li>- zeichnen die Funktionsgraphen zu Kombinationen von Operationen mit Hilfe eines Funktionenplotters mit Schiebereglern</li> <li>- beschreiben die Auswirkung der Variation der Parameter <math>a, e</math> und <math>d</math> auf den Graphen der Funktion</li> <li>- erläutern, dass alle Parabeln mit dem gleichen Streckfaktor kongruent sind</li> <li>- erstellen Graphen und Scheitelpunktform anhand verbal vorgegebener Eigenschaften oder/und Operationen</li> <li>- lesen an Graphen Parameterwerte der Operationen ab und geben die Scheitelpunktform an</li> <li>- begründen, dass eine Parabel durch Angabe des Scheitels und des Streckfaktors eindeutig festgelegt ist</li> <li>- zeichnen Parabeln ausgehend von Gleichungen in Scheitelpunktform</li> <li>- beschreiben die Lage und den Verlauf von Parabeln unter Verwendung der Fachsprache</li> </ul>

Termdarstellungen quadratischer Funktionen	Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Scheitelpunktform <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto a \cdot (x - d)^2 + e,</math> <math>a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, d, e \in \mathbb{R}</math></li> <li>- Allgemeine Form (Polynomform) <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; x \mapsto a \cdot x^2 + b \cdot x + c,</math> <math>a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, b, c \in \mathbb{R}</math></li> <li>- Nullstellenform <math>f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R};</math> <math>x \mapsto a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2),</math> <math>a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}</math> falls Nullstellen <math>x_1, x_2</math> vorliegen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- überführen in konkreten Fällen die Scheitelpunktform in die allgemeine Form</li> <li>- zeichnen für konkrete <math>a, b</math> und <math>c</math> den Graph zu <math>y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c</math></li> <li>- identifizieren in der allgemeinen Form <math>a</math> als Streckfaktor und <math>c</math> als <math>y</math>-Achsenabschnitt</li> <li>- bestimmen experimentell die Lage der Scheitelpunkte der Parabeln zu <math>y = x^2 + b \cdot x + c</math> bei Variation von <math>b</math> und konstantem <math>c</math></li> <li>- zeichnen die Funktionsgraphen zu Kombinationen von Operationen mit Hilfe eines Funktionenplotters mit Schiebereglern</li> <li>- wandeln die allgemeine Form mittels der quadratischen Ergänzung in die Scheitelpunktform um</li> <li>- erstellen ausgehend von geeigneten Graphen die Nullstellenform der Funktionsgleichung</li> <li>- überführen in konkreten Fällen die Nullstellenform in die allgemeine Form</li> <li>- bestimmen ausgehend von Nullstellen die Lage des Scheitels</li> <li>- benennen die Vorteile der unterschiedlichen Darstellungsformen und geben die direkt ablesbaren Merkmale an</li> <li>- ordnen Graphen und Funktionsterme in den unterschiedlichen Darstellungsformen begründet einander zu</li> <li>- verwenden begründet die passende Darstellungsform zur Lösung von Problemstellungen im Kontext</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- überführen in konkreten Fällen die Scheitelpunktform in die allgemeine Form</li> <li>- zeichnen für konkrete <math>a, b</math> und <math>c</math> den Graph zu <math>y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c</math></li> <li>- identifizieren in der allgemeinen Form <math>a</math> als Streckfaktor und <math>c</math> als <math>y</math>-Achsenabschnitt</li> <li>- bestimmen experimentell die Lage der Scheitelpunkte der Parabeln zu <math>y = x^2 + b \cdot x + c</math> bei Variation von <math>b</math> und konstantem <math>c</math></li> <li>- zeichnen die Funktionsgraphen zu Kombinationen von Operationen mit Hilfe eines Funktionenplotters mit Schiebereglern</li> <li>- wandeln die allgemeine Form mittels der quadratischen Ergänzung in die Scheitelpunktform um</li> <li>- erstellen ausgehend von geeigneten Graphen die Nullstellenform der Funktionsgleichung</li> <li>- überführen in konkreten Fällen die Nullstellenform in die allgemeine Form</li> <li>- bestimmen ausgehend von Nullstellen die Lage des Scheitels</li> <li>- benennen die Vorteile der unterschiedlichen Darstellungsformen und geben die direkt ablesbaren Merkmale an</li> <li>- ordnen Graphen und Funktionsterme in den unterschiedlichen Darstellungsformen begründet einander zu</li> <li>- verwenden begründet die passende Darstellungsform zur Lösung von Problemstellungen im Kontext</li> </ul>



<b>Quadratische Gleichungen und Ungleichungen</b>	Die Schülerinnen und Schüler	Die Schülerinnen und Schüler
<ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Definition:</u> Eine Gleichung der Form <math>ax^2 + bx + c = 0</math> mit <math>a \neq 0</math> heißt (allgemeine) quadratische Gleichung. Die Form <math>x^2 + px + q = 0</math> der Gleichung heißt Normalform.</li> <li>- graphisches und rechnerisches Lösen quadratischer Gleichungen</li> <li>- Lösungsverfahren:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ abc – Formel: <math>\Delta = b^2 - 4ac</math> <math>\Delta &lt; 0</math>: keine Lösung <math>\Delta = 0</math>: eine Lösung <math>\Delta &gt; 0</math>: zwei Lösungen <math display="block">x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}</math></li> <li>➤ pq – Formel: <math display="block">x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}</math></li> <li>➤ Quadratische Ergänzung</li> </ul> </li> <li>- <u>Satz von Vieta:</u> <i>Eine quadratische Gleichung der Form <math>x^2 + px + q = 0</math> hat genau dann die Lösungen <math>x_1</math> und <math>x_2</math>, wenn gilt:</i> <math>p = -(x_1 + x_2)</math> und <math>q = x_1 \cdot x_2</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>wandeln allgemeine quadratische Gleichungen in die Normalform um</i></li> <li>- identifizieren das Lösen einer quadratischen Gleichung als Nullstellenbestimmung einer quadratischen Funktion</li> <li>- bestimmen graphisch die Lösungsmenge quadratischer Gleichungen</li> <li>- begründen anhand von Graphen, dass eine quadratische Gleichung entweder keine, genau eine oder zwei Lösungen besitzen kann</li> <li>- bestimmen die Anzahl der Lösungen anhand der Eigenschaften und der Lage des entsprechenden Graphen im Koordinatensystem</li> <li>- lösen quadratische Gleichungen, je nach Eignung durch/mittels:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Wurzelziehen</li> <li>➤ Ausklammern (Faktorisieren)</li> <li>➤ <i>quadratische Ergänzung</i></li> <li>➤ abc – Formel oder pq – Formel</li> <li>➤ <i>binomische Formeln</i></li> <li>➤ <i>des Satzes von Vieta</i></li> </ul> </li> <li>- erläutern, dass die Diskriminante die Anzahl der Lösungen bestimmt</li> <li>- lösen Aufgaben zu Sachkontexten, die auf quadratische Gleichungen führen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wandeln allgemeine quadratische Gleichungen in die Normalform um</li> <li>- identifizieren das Lösen einer quadratischen Gleichung als Nullstellenbestimmung einer quadratischen Funktion</li> <li>- bestimmen graphisch die Lösungsmenge quadratischer Gleichungen</li> <li>- begründen anhand von Graphen, dass eine quadratische Gleichung entweder keine, genau eine oder zwei Lösungen besitzen kann</li> <li>- bestimmen die Anzahl der Lösungen anhand der Eigenschaften und der Lage des entsprechenden Graphen im Koordinatensystem</li> <li>- lösen quadratische Gleichungen, je nach Eignung durch/mittels:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Wurzelziehen</li> <li>➤ Ausklammern (Faktorisieren)</li> <li>➤ quadratische Ergänzung</li> <li>➤ abc – Formel oder pq – Formel</li> <li>➤ binomische Formeln</li> <li>➤ <i>des Satzes von Vieta</i></li> </ul> </li> <li>- erläutern, dass die Diskriminante die Anzahl der Lösungen bestimmt</li> <li>- lösen Aufgaben zu Sachkontexten, die auf quadratische Gleichungen führen</li> <li>- <i>modellieren Extremwertaufgaben mit quadratischen Zielfunktionen und bestimmen die Extremwerte</i></li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ungleichungen der Form <math>x^2 + px + q \leq 0</math> bzw. <math>x^2 + px + q \geq 0</math> Vorgehensweise:</li> <li>➤ Lösen quadratische Gleichung</li> <li>➤ Vorzeichentabelle</li> <li>➤ Lösungsmenge angeben</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>lösen Ungleichungen mittels Vorzeichentabelle</i></li> <li>- <i>schließen aus der Lösungsmenge der zugehörigen Gleichung auf die Lösungsintervalle einer quadratischen Ungleichung</i></li> <li>- <i>geben die Lösungsmenge einer Ungleichung in Intervallschreibweise an</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- lösen Ungleichungen mittels Vorzeichentabelle</li> <li>- schließen aus der Lösungsmenge der zugehörigen Gleichung auf die Lösungsintervalle einer quadratischen Ungleichung</li> <li>- geben die Lösungsmenge einer Ungleichung in Intervallschreibweise an</li> </ul>
<b>Fächerübergreifend</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Physik: quadratische Abhängigkeiten zwischen Größen (z.B. Bewegungsgleichungen, Flugbahnen, <math>W_{kin} = \frac{1}{2}mv^2</math>)</li> <li>- BK: Untersuchung von Bögen bei Bauwerken (z.B. Brückenbögen bei gleichmäßig verteilter Last)</li> </ul>		
<b>Mögliche Methoden/Materialien</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Anregungen zu selbstständigen Schülerarbeit</li> <li>➤ Erfassen und Darstellung von Wurfparabeln</li> <li>- Digitale Werkzeuge</li> <li>➤ Funktionenplotter mit Schieberegler zur Variation der Parameter</li> <li>➤ Überprüfung der Lösungen quadratischer Gleichungen mit CAS</li> </ul>		
<b>Berufsorientierung</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Berufsbilder:</li> <li>➤ Architekt/-in</li> <li>➤ Brunnenbauer/-in</li> </ul>		

2. Potenzen, Potenzgesetze und Potenzfunktionen		ca. 20 Stunden
<p>Die integrierende Behandlung von Term, Wertetabelle und Graph schafft Voraussetzungen für ein nachhaltiges Lernen im Unterricht. Diese lernfördernden Bedingungen werden durch die Verfügbarkeit digitaler Werkzeuge und Medien, auch beim Bearbeiten von Hausaufgaben, noch verstärkt. Das sichere Erkennen von Termstrukturen und das Beherrschen grundlegender Umformungstechniken gehören zu den angestrebten Kernkompetenzen.</p> <p>Ein deutlicher Akzent liegt auf dem Erarbeiten und Festigen von Begriffen (z.B. Funktionseigenschaften) und der Fähigkeit, Regeln und Verfahren inner- und außermathematisch anzuwenden. Etliche der betrachteten Funktionen tragen eine prototypische Modellbildung in sich, wie etwa die Kehrwertfunktion mit ihren Bezügen zur umgekehrten Proportionalität oder die kubische Parabel in Verbindung mit vielen Volumenformeln.</p> <p>Die Erweiterung der Potenzdefinition auf rationale Exponenten orientiert sich an der Beibehaltung der Potenzgesetze (Permanenzprinzip). Die in den Bereichen Algebra und Funktionenlehre vermittelten Kenntnisse sind notwendige Voraussetzungen für ein erfolgreiches Arbeiten in der Oberstufe.</p> <p>Die Leitidee „Funktionaler Zusammenhang“ ist in diesem Lernbereich an vielen Stellen mit der Leitidee „Raum und Form“ verwoben.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte A – Kurs
<p><b>Potenzen mit natürlichen Exponenten</b> (Wiederholung)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Potenzen                             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Festsetzung von <math>a^n</math> für natürliche Exponenten</li> <li>➤ geometrischer Bezug bei den Exponenten 2 und 3</li> <li>➤ Vorzeichenregeln bei geradzahligem bzw. ungeradzahligem Exponenten</li> </ul> </li> <li>– Potenzen mit Exponenten 0 oder 1:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>a^0 := 1, (a \neq 0)</math></li> <li>➤ <math>a^1 = a, (a \in \mathbb{R})</math></li> </ul> </li> <li>– Potenzrechenregeln</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– berechnen in einfachen Fällen die Werte konkreter Potenzen im Kopf</li> <li>– erläutern die Definition des Wertes der Potenzen mit Exponent 0 und Basis ungleich 0</li> <li>– bestimmen Flächeninhalte von Quadraten und Volumina von Würfeln in funktionaler Abhängigkeit von Variablen</li> <li>– berechnen Potenzen unter Verwendung elektronischer Hilfsmittel</li> <li>– kennen die Definition für Potenzen mit den Exponenten 0 und 1</li> <li>– können die Vorzeichenregeln für Potenzen anwenden</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– berechnen in einfachen Fällen die Werte konkreter Potenzen im Kopf</li> <li>– begründen durch Beispiele, dass das Potenzieren weder kommutativ noch assoziativ ist</li> <li>– erläutern die Definition des Wertes der Potenzen mit Exponent 0 und Basis ungleich 0</li> <li>– bestimmen Flächeninhalte von Quadraten und Volumina von Würfeln in funktionaler Abhängigkeit von Variablen</li> <li>– berechnen Potenzen unter Verwendung elektronischer Hilfsmittel</li> <li>– kennen die Definition für Potenzen mit den Exponenten 0 und 1</li> <li>– können die Vorzeichenregeln für Potenzen anwenden</li> </ul>

<p>Bei <u>natürlichen</u> Exponenten und geeigneten Basen gilt:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ gleiche Basis:  <math>a^m \cdot a^n = a^{m+n}</math>  <math>\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}</math>, falls <math>m \geq n</math>,  <math>(a \neq 0)</math></li> <li>➤ gleicher Exponent:  <math>a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m</math>  <math>\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m</math> (<math>b \neq 0</math>)</li> <li>➤ Potenz der Potenz:  <math>(a^m)^n = a^{m \cdot n}</math></li> </ul> <p>– Rechnen mit Potenzen</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Einordnen des Potenzierens in die Prioritätsregeln</li> <li>➤ Potenzrechenregeln: Multiplizieren und Dividieren bei gleicher Basis bzw. bei gleichem Exponenten</li> <li>➤ Potenzieren von Potenzen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– verbalisieren die Potenzrechenregeln</li> <li>– wenden die Definition von Potenzen an</li> <li>– belegen an Beispielen, dass es bei Strichrechnung keine analogen Potenzrechenregeln gibt</li> <li>– wenden die Potenzrechenregeln in beiden Richtungen an</li> <li>– untersuchen Terme wie <math>a^n + b^n</math> und <math>(a + b)^n</math> bzw. <math>a^n + a^m</math> und <math>a^{m+n}</math> auf Gleichwertigkeit</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– erläutern die Problematik einer Wertzuweisung für die Potenz <math>0^0</math> mittels Permanenzreihen</li> <li>– begründen zurückführend auf die Definition von <math>a^n</math> die Gültigkeit der Potenzrechenregeln</li> <li>– verbalisieren die Potenzrechenregeln</li> <li>– wenden die Definition von Potenzen an</li> <li>– belegen an Beispielen, dass es bei Strichrechnung keine analogen Potenzrechenregeln gibt</li> <li>– wenden die Potenzrechenregeln in beiden Richtungen an</li> <li>– untersuchen Terme wie <math>a^n + b^n</math> und <math>(a + b)^n</math> bzw. <math>a^n + a^m</math> und <math>a^{m+n}</math> auf Gleichwertigkeit</li> </ul>
<p><b>Potenzen mit ganzzahligen Exponenten</b></p> <p>– Potenzen</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Festsetzung von <math>a^n</math> für negative ganzzahlige Exponenten</li> <li>➤ Spezialfall: <math>a^{-1} = \frac{1}{a}</math></li> <li>➤ Kehrbruch als Potenz:  <math>\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– weisen für den Fall, dass einer der Exponenten negativ ist, die Gültigkeit einer ausgewählten Potenzrechenregel nach</li> <li>– nutzen die Regeln zum Potenzrechnen bei Termumformungen und Termauswertungen</li> <li>– schreiben Quotienten in Produkte um, z.B. <math>\frac{a}{b} = a \cdot b^{-1}</math></li> <li>– begründen die Vertauschbarkeit von Kehrwertbildung und Potenzieren,</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– weisen für den Fall, dass einer der Exponenten negativ ist, die Gültigkeit einer ausgewählten Potenzrechenregel nach</li> <li>– nutzen die Regeln zum Potenzrechnen bei Termumformungen und Termauswertungen</li> <li>– schreiben Quotienten in Produkte um, z.B. <math>\frac{a}{b} = a \cdot b^{-1}</math></li> <li>– begründen die Vertauschbarkeit von Kehrwertbildung und Potenzieren, z.B. bei <math>\left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}</math></li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Rechnen mit Potenzen             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Gültigkeit der Potenzrechenregeln</li> <li>➤ Quotienten als Produkte</li> <li>➤ Kehrwertbildung und Potenzieren</li> </ul> </li> <li>- wissenschaftliche Schreibweise:  <math>a \cdot 10^z, a \in \mathbb{R}^*, z \in \mathbb{Z}</math></li> </ul>	<p style="text-align: center;">z.B. bei <math>\left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können eine Dezimalzahl in die wissenschaftliche Schreibweise umwandeln und umgekehrt</li> <li>- multiplizieren und dividieren betragskleine Zahlen in wissenschaftlicher Notation, z. B. bei atomaren Größen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- können eine Dezimalzahl in die wissenschaftliche Schreibweise umwandeln und umgekehrt</li> <li>- multiplizieren und dividieren betragskleine Zahlen in wissenschaftlicher Notation, z. B. bei atomaren Größen</li> </ul>
<p><b>Potenzen mit rationalen Exponenten</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>n</math>-te Wurzeln             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Quadratwurzel, Kubikwurzel</li> <li>➤ Definition der <math>n</math>-ten Wurzel als nicht-negative Lösung für <math>a \in \mathbb{R}_+</math> und <math>n \geq 2</math></li> <li>➤ Existenz und Eindeutigkeit</li> <li>➤ Symbol <math>\sqrt[n]{a}, a \in \mathbb{R}_+, n \geq 2</math></li> <li>➤ Eigenschaften:  <math>(\sqrt[n]{a})^n = a, a \in \mathbb{R}_+</math>  <math>\sqrt[n]{a^n} =  a ,</math>  <math>a \in \mathbb{R}, n</math> geradzahlig</li> <li>➤ Gleichungen der Form <math>x^n = a, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, a \in \mathbb{R}</math></li> <li>➤ Lösungsmenge der Gleichung <math>x^n = a, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, a \in \mathbb{R}</math> in Abhängigkeit von <math>a</math> und <math>n</math></li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- interpretieren die Kubikwurzel als Kantenlänge eines Würfels bei vorgegebenem Volumen</li> <li>- definieren für <math>a \in \mathbb{R}_+</math> die <math>n</math>-te Wurzel von <math>a</math> als nichtnegative Lösung der Gleichung <math>x^n = a</math></li> <li>- identifizieren die Quadratwurzel mit der zweiten Wurzel</li> <li>- identifizieren die Kubikwurzel mit der dritten Wurzel</li> <li>- lösen Gleichungen der Form <math>x^n = a</math> graphisch und numerisch</li> <li>- wissen, dass für <math>a &lt; 0</math> und <math>n</math> ungeradzahlig <math>-\sqrt[n]{ a }</math> die eindeutige Lösung der Gleichung <math>x^n = a</math> ist</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- interpretieren die Kubikwurzel als Kantenlänge eines Würfels bei vorgegebenem Volumen</li> <li>- definieren für <math>a \in \mathbb{R}_+</math> die <math>n</math>-te Wurzel von <math>a</math> als nichtnegative Lösung der Gleichung <math>x^n = a</math></li> <li>- identifizieren die Quadratwurzel mit der zweiten Wurzel</li> <li>- identifizieren die Kubikwurzel mit der dritten Wurzel</li> <li>- begründen die Existenz und Eindeutigkeit <math>n</math>-ter Wurzeln an den Graphen der geeigneten Potenzfunktionen</li> <li>- lösen Gleichungen der Form <math>x^n = a</math> graphisch und numerisch</li> <li>- erläutern, dass für <math>a &lt; 0</math> und <math>n</math> ungeradzahlig <math>-\sqrt[n]{ a }</math> die eindeutige Lösung der Gleichung <math>x^n = a</math> ist</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Potenzen             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Festlegungen:  <math>a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, a \in \mathbb{R}_+</math>  <math>a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, a \in \mathbb{R}_+</math> </li> </ul> </li> <li>- Rechnen mit Potenzen             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Gültigkeit der Potenzrechenregeln</li> <li>➤ Vertauschbarkeit von Radizieren und Potenzieren:  <math>\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m, a \in \mathbb{R}_+</math> </li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- berechnen Näherungswerte <math>n</math>-ter Wurzeln mit dem Taschenrechner</li> <li>- <i>schätzen <math>n</math>-te Wurzeln für Radikanden bis 1000 ganzzahlig ab</i></li> <li>- schreiben <math>n</math>-te Wurzeln als Potenzen und umgekehrt</li>   <li>- schreiben die Potenzrechenregeln für Potenzen mit rationalen Exponenten in Wurzelschreibweise</li> <li>- bestimmen Potenzen mit ganzzahliger Basis, rationalem Exponenten und ganzzahligem Wert</li> <li>- lösen Gleichungen der Form <math>x^{\frac{1}{n}} = a</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- berechnen Näherungswerte <math>n</math>-ter Wurzeln mit dem Taschenrechner</li> <li>- <i>schätzen <math>n</math>-te Wurzeln für Radikanden bis 1000 ganzzahlig ab</i></li> <li>- schreiben <math>n</math>-te Wurzeln als Potenzen und umgekehrt</li> <li>- begründen die Festlegungen für Potenzen mit rationalem Exponenten mit Hilfe des Permanenzprinzips</li> <li>- schreiben die Potenzrechenregeln für Potenzen mit rationalen Exponenten in Wurzelschreibweise</li> <li>- bestimmen Potenzen mit ganzzahliger Basis, rationalem Exponenten und ganzzahligem Wert</li> <li>- lösen Gleichungen der Form <math>x^{\frac{1}{n}} = a</math></li> </ul>
<p><b>Potenzfunktionen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Potenzfunktionen mit <math>x \mapsto x^n</math>, <math>n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}</math>, <math>D = \mathbb{R}</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Klassifizieren nach geradzahligem und ungeradzahligem Exponenten</li> <li>➤ Wertemenge</li> <li>➤ Graph (Parabeln <math>n</math> – ter Ordnung)</li> <li>➤ <math>(0 0)</math> und <math>(1 1)</math> als gemeinsame Punkte</li> <li>➤ Symmetrie</li> <li>➤ (strenge) Monotonie</li> <li>➤ <i>Krümmungsart (rechts- bzw. linksgekrümmt)</i></li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- erstellen Wertetabellen und zeichnen Graphen der Potenzfunktionen</li> <li>- können die Definitionsmenge einer Potenzfunktion angeben</li> <li>- verdeutlichen den Begriff Wertemenge an Graphen</li> <li>- bestimmen anhand des Exponenten die Quadranten, in denen ein Graph verläuft, und skizzieren den Graphen</li> <li>- ordnen vorgegebene Graphen und Exponenten begründet einander zu</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- erstellen Wertetabellen und zeichnen Graphen der Potenzfunktionen</li> <li>- können die Definitionsmenge einer Potenzfunktion angeben</li> <li>- verdeutlichen den Begriff Wertemenge an Graphen</li> <li>- bestimmen anhand des Exponenten die Quadranten, in denen ein Graph verläuft, und skizzieren den Graphen</li> <li>- ordnen vorgegebene Graphen und Exponenten begründet einander zu</li> <li>- veranschaulichen die Definition der Symmetrien anhand der geometrischen Eigenschaften des Graphen und bestätigen sie algebraisch</li> </ul>

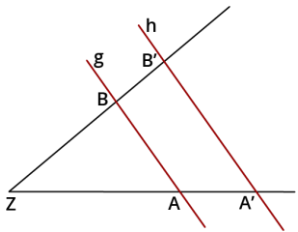
<ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Definition:</u> Eine Funktion <math>f: D \rightarrow \mathbb{R}</math> heißt achsensymmetrisch zur <math>y</math>-Achse, wenn <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>D</math> symmetrisch zu 0 ist und</li> <li>➤ für alle <math>x \in D</math> gilt: <math>f(-x) = f(x)</math>.</li> </ul> </li> <li>- <u>Definition:</u> Eine Funktion <math>f: D \rightarrow \mathbb{R}</math> heißt punktsymmetrisch zum Ursprung, wenn <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>D</math> symmetrisch zu 0 ist und</li> <li>➤ für alle <math>x \in D</math> gilt: <math>f(-x) = -f(x)</math>.</li> </ul> </li> <li>- <u>Definition:</u> Eine Funktion <math>f: D \rightarrow \mathbb{R}</math> heißt streng monoton wachsend im Intervall <math>I</math> (<math>I \subseteq D</math>), wenn für alle <math>x_1, x_2 \in I</math> mit <math>x_1 &lt; x_2</math> gilt: <math>f(x_1) &lt; f(x_2)</math></li> <li>- <u>Definition:</u> Eine Funktion <math>f: D \rightarrow \mathbb{R}</math> heißt streng monoton fallend im Intervall <math>I</math> (<math>I \subseteq D</math>), wenn für alle <math>x_1, x_2 \in I</math> mit <math>x_1 &lt; x_2</math> gilt: <math>f(x_1) &gt; f(x_2)</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen die Begriffe Monotonie und Krümmungsverhalten am Graphen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- ergründen, dass die Symmetrie einer Funktion eine zu 0 symmetrische Definitionsmenge voraussetzt</li> <li>- erläutern die Begriffe Monotonie und Krümmungsverhalten am Graphen</li> <li>- identifizieren Monotonieintervalle an Graphen</li> </ul>
---	---	---

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Spezielle Potenzfunktionen:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Lineare Funktionen (<math>n = 1</math>)</li> <li>➤ Quadratische Funktionen (<math>n = 2</math>)</li> </ul> </li> <li>- Potenzfunktionen mit <math>x \mapsto x^{-n}</math>, <math>n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}</math>, <math>D = \mathbb{R} \setminus \{0\}</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Klassifizieren nach geradzahligem und ungeradzahligem Exponenten</li> <li>➤ Wertemenge</li> <li>➤ Graph (Hyperbeln <math>n</math>-ter Ordnung)</li> <li>➤ <math>(1 1)</math> als gemeinsamer Punkt</li> <li>➤ Symmetrie</li> <li>➤ (strenge) Monotonie</li> <li>➤ <i>Krümmungsart</i></li> </ul> </li> <li>- <u>Definition Asymptote:</u> Eine Asymptote ist eine Gerade an die sich der Graph einer Funktion immer mehr annähert ohne sie jemals zu berühren.</li> <li>- Asymptotisches Verhalten</li> <li>- Potenzfunktionen mit <math>x \mapsto x^{\frac{1}{2}}</math> (<math>= \sqrt{x}</math>), <math>n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}</math> und <math>D = \mathbb{R}_+</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Wertemenge</li> <li>➤ Graph</li> <li>➤ gemeinsamer Punkt <math>(1 1)</math></li> <li>➤ Monotonie</li> <li>➤ <i>Krümmungsart</i></li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- erläutern, dass lineare und quadratische Funktionen spezielle Potenzfunktionen darstellen</li> <li>- führen Experimente zu Operationen mit Potenzfunktionen mit einem Funktionenplotter durch</li> <li>- stellen Potenzfunktionen als Wurzelfunktionen dar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- erläutern, dass lineare und quadratische Funktionen spezielle Potenzfunktionen darstellen</li> <li>- beschreiben asymptotisches Verhalten (im Unendlichen und an Definitionslücken) im geometrischen Sinne als Anschmiegung an die entsprechenden Geraden</li> <li>- führen Experimente zu Operationen mit Potenzfunktionen mit einem Funktionenplotter durch</li> <li>- stellen Potenzfunktionen als Wurzelfunktionen dar</li> <li>- belegen für konkrete <math>n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}</math>, dass <math>x \mapsto x^{\frac{1}{n}}</math> die Zuordnung <math>x \mapsto x^n</math> umkehrt</li> <li>- nennen Paare „Funktion ↔ Umkehrfunktion“ aus dem Bereich der Potenzfunktionen und erläutern den Zusammenhang <i>Bsp.: <math>f(x) = x^2 \leftrightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x}</math></i></li> </ul>
---	--	--



<ul style="list-style-type: none"> <li>- Operationen mit Potenzfunktionen (Verschiebung und Streckung)             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Funktionen <math>f: D_{max} \rightarrow \mathbb{R}</math>;  <math>x \mapsto a \cdot (x - d)^n + e</math>,  <math>n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}</math></li> </ul> </li> <li>- Umkehrfunktion             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Symmetrie des Graphen zur ersten Winkelhalbierenden</li> <li>➤ umgekehrte Proportionalität</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Übertragen die Operationen von der Quadratfunktion auf die Potenzfunktionen</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Übertragen die Operationen von der Quadratfunktion auf die Potenzfunktionen</li> <li>- können den Graphen einer Potenzfunktion an der ersten Winkelhalbierenden spiegeln</li> <li>- berechnen die Umkehrfunktion einer Potenzfunktion</li> </ul>
<p><b>Fächerübergreifend</b></p>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Chemie: Berechnung des pH-Werts</li> <li>- Musik: Tonleiter der wohltemperierten Stimmung: Johann Sebastian Bach (1685-1750)</li> <li>- Physik: Terme der relativistischen Mechanik/Kepler'sche Gesetze</li> </ul>		
<p><b>Mögliche Methoden/Materialien</b></p>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Anregungen zu selbstständigen Schülerarbeit             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Recherche zu klassischen Problemen der Antike</li> </ul> </li> <li>- Digitale Werkzeuge             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Wertetabellen und Graphen unter Verwendung digitaler Werkzeuge</li> </ul> </li> </ul>		

3. Ähnlichkeit		ca. 16 Stunden
<p>Der Ähnlichkeitsbegriff kann als Verallgemeinerung des Kongruenzbegriffs aufgefasst werden. Der Zugang erfolgt abbildungsgeometrisch durch die Behandlung der zentrischen Streckung. Beweise der Ähnlichkeitssätze sind nicht verpflichtend; im Mittelpunkt steht das Anwenden des Ähnlichkeitsbegriffs, auch bei der Herleitung und Begründung geometrischer Sätze sowie bei physikalischen Zusammenhängen.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte A – Kurs
<p><b>Ähnliche Figuren und Körper im Alltag</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Ähnlichkeit im Alltag</li> <li>– maßstäbliches Vergrößern bzw. Verkleinern im Alltag</li> <li>– Symbol <math>\sim</math></li> </ul>	<p>Wird nicht im E-Kurs behandelt</p>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– beschreiben Ähnlichkeitsbeziehungen ebener bzw. räumlicher Objekte des Alltags</li> <li>– nennen technische Vorrichtungen zum Erzeugen ähnlicher Objekte, z. B. Projektor und Fotokopiergerät</li> </ul>
<p><b>Zentrische Streckung und Ähnlichkeit</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <u>Definition:</u> Eine Zuordnung von Punkten heißt zentrische Streckung mit dem Zentrum <math>Z</math> und dem Streckfaktor <math>k</math> (<math>k \in \mathbb{R}^*</math>), wenn gilt: Jedem Punkt <math>P</math> wird ein Punkt <math>P'</math> auf der Halbgeraden <math>h_{ZP}</math> so zugeordnet, dass <math> \overline{ZP'}  = k \cdot  \overline{ZP} </math> gilt.</li> <li>– Eigenschaften: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Parallelität von Gerade und Bildgerade</li> <li>➤ Winkeltreue</li> <li>➤ <math>Z</math> als Fixpunkt</li> <li>➤ Änderung der Streckenlänge mit dem Faktor <math>k</math></li> <li>➤ Änderung des Flächeninhalts mit dem Faktor <math>k^2</math></li> </ul> </li> </ul>	<p>Wird nicht im E-Kurs behandelt</p>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– führen zentrische Streckungen von Figuren für einfache Streckfaktoren mit Zeichengeräten durch</li> <li>– können die Wirkung des Vorzeichens und des Betrages des Streckfaktors auf die Bildfigur erläutern</li> <li>– nutzen dynamische Geometriesoftware, um Eigenschaften zentrischer Streckungen zu entdecken</li> <li>– identifizieren entsprechende Seiten bzw. Winkel bei einer zentrischen Streckung</li> <li>– bezeichnen Figuren als ähnlich, wenn die eine durch eine zentrische Streckung, Achsenspiegelung, Drehung, Verschiebung oder deren Hintereinanderausführung in die andere überführt werden kann</li> <li>– verwenden Eigenschaften einer zentrischen Streckung bei der Konstruktion ähnlicher Figuren</li> </ul>

<p>➤ Änderung des Volumens mit dem Faktor <math>k^3</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ähnlichkeit</li> <li>- Kongruenz als Sonderfall von Ähnlichkeit</li> <li>- Strahlensatzfiguren</li> <li>- Strahlensätze</li> </ul>  <p>➤ 1. Strahlensatz:</p> $h \parallel g: \frac{ ZA }{ ZA' } = \frac{ ZB }{ ZB' }$ <p>➤ Umkehrung des 1. Strahlensatzes</p> <p>➤ 2. Strahlensatz:</p> $h \parallel g: \frac{ ZA }{ ZA' } = \frac{ AB }{ A'B' }$		<ul style="list-style-type: none"> <li>- begründen die Entstehung der Faktoren bei Änderung von Flächen- und Rauminhalt mit Hilfe der Formeln für Rechteck bzw. Quader</li> <li>- untersuchen Rechtecke durch geeignete Messungen auf Ähnlichkeit</li> <li>- begründen, dass Kongruenz ein Sonderfall von Ähnlichkeit ist</li> <li>- bezeichnen eine Geradenkreuzung, die von zwei Parallelen geschnitten wird, als Strahlensatzfigur</li> <li>- identifizieren ähnliche Dreiecke in Strahlensatzfiguren</li> <li>- berechnen fehlende Streckenlängen mit Hilfe der Strahlensätze</li> <li>- können Verhältnismgleichungen durch Äquivalenzumformungen lösen</li> <li>- kennen den Umkehrsatz des 1. Strahlensatzes und können ihn anwenden</li> <li>- <i>begründen, dass der 2. Strahlensatz nicht umkehrbar ist</i></li> <li>- <i>erläutern was man unter der Umkehrung eines mathematischen Satzes versteht</i></li> </ul>
<p><b>Ähnlichkeitssätze für Dreiecke</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ähnlichkeitssätze sss, sws und Ssw</li> <li>- Ähnlichkeitssatz www</li> </ul>	<p>Wird nicht im E-Kurs behandelt</p>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- geben die Ähnlichkeitssätze in Analogie zu den Kongruenzsätzen wieder</li> <li>- begründen, dass gleichseitige Dreiecke bzw. Quadrate ähnlich sind</li> </ul>

<b>Alltagsbezüge</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>– maßstabsgerechte Karten</li> <li>– Höhenbestimmung durch Anpeilen</li> <li>– Projektion und Schattenwurf</li> <li>– <i>Seitenlängen der DIN-Formate</i></li> </ul>	Wird nicht im E-Kurs behandelt	Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> <li>– erstellen maßstabsgerechte Zeichnungen zur Bestimmung der Längen unzugänglicher Strecken</li> <li>– bestimmen die Höhe eines Baumes oder des Schulgebäudes mit dem Försterdreieck</li> <li>– <i>begründen die Festlegung des Seitenverhältnisses bei DIN-Formaten</i></li> </ul>
<b>Fächerübergreifend</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– BK: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Fluchtpunkte und zentrische Streckung von Objekten</li> <li>➤ Charakteristische Eigenschaften von Fraktalen</li> </ul> </li> <li>– Physik: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Lochkamera, Photographie, Diaprojektion</li> <li>➤ Abbildung durch Sammellinsen</li> <li>➤ Durchführung der Kräftezerlegung an der schiefen Ebene (mit Hilfe ähnlicher Dreiecke)</li> </ul> </li> <li>– Erdkunde: Landkarten und Vermessungen (Theodolit)</li> </ul>		
<b>Mögliche Methoden/Materialien</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Anregungen zu selbstständigen Schülerarbeit <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Erstellen von Karten zu den drei klassischen Grundaufgaben der „Feldmessung“ (Johann Friedrich Penther 1693-1749)</li> <li>➤ Messen von Höhen im Gelände (Försterdreieck)</li> </ul> </li> <li>– Digitale Werkzeuge <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Entdecken der Eigenschaften zentrischer Streckungen durch den Einsatz von Geometriesystemen</li> </ul> </li> </ul>		
<b>Berufsorientierung</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>– Berufsbilder: Vermessungstechniker/-in, Förster/-in, Architekt/-in</li> </ul>		

4. Trigonometrie		ca. 22 Stunden
<p>In der Klassenstufe 8 wurden mit der Satzgruppe des Pythagoras erste Schritte zur Berechnung von Seitenlängen in rechtwinkligen Dreiecken getan. Die trigonometrischen Methoden liefern Instrumente, mit denen nun beliebige Dreiecke untersucht werden. Die Zusammenhänge zwischen Innenwinkeln und Seitenlängen erweisen sich sowohl innermathematisch als auch in vielen Anwendungsbereichen als nützlich. Die trigonometrische Flächenformel ermöglicht eine formal einfache iterative Annäherung des Flächenmaßes eines Kreises. Digitale Werkzeuge erleichtern hierbei die numerische Auswertung und die graphische Veranschaulichung. Die Leitideen „Messen“ und „Raum und Form“ sowie „Funktionaler Zusammenhang“ treten je nach Kontext mehr oder weniger deutlich in den Vordergrund.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte A – Kurs
<p><b>Sinus, Kosinus und Tangens als Verhältnis von Seitenlängen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– <u>Definition:</u> Im rechtwinkligen Dreieck <math>ABC</math> mit rechtem Winkel bei <math>C</math> heißt der Quotient: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ aus der Länge <math>a</math> der Gegenkathete vom Winkel <math>\alpha</math> und der Länge <math>c</math> der Hypotenuse der Sinus von <math>\alpha</math>: <math display="block">\sin(\alpha) = \frac{a}{c}</math></li> <li>➤ aus der Länge <math>b</math> der Ankathete vom Winkel <math>\alpha</math> und der Länge <math>c</math> der Hypotenuse der Kosinus von <math>\alpha</math>: <math display="block">\cos(\alpha) = \frac{b}{c}</math></li> <li>➤ aus der Länge <math>a</math> der Gegenkathete und der Länge <math>b</math> der Ankathete vom Winkel <math>\alpha</math> der Tangens von <math>\alpha</math>: <math display="block">\tan(\alpha) = \frac{a}{b}</math></li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– verwenden die Bezeichnungen Ankathete, Gegenkathete sowie Hypotenuse situationsgerecht</li> <li>– wissen, dass in rechtwinkligen Dreiecken die gleichen Sinus-, Kosinus- und Tangenswerte auftreten</li> <li>– identifizieren Seitenverhältnisse an rechtwinkligen Dreiecken als Sinus-, Kosinus- oder Tangenswert entsprechender Winkel</li> <li>– bestimmen mit dem Taschenrechner Sinus-, Kosinus- oder Tangenswert eines Winkels</li> <li>– berechnen in Kontexten fehlende Stücke in rechtwinkligen Dreiecken unter Verwendung von Sinus, Kosinus und Tangens</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– verwenden die Bezeichnungen Ankathete, Gegenkathete sowie Hypotenuse situationsgerecht</li> <li>– begründen, dass in ähnlichen rechtwinkligen Dreiecken die gleichen Sinus-, Kosinus- und Tangenswerte auftreten</li> <li>– wissen, dass für <math>0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ</math>, der größere Winkel zum größeren Sinuswert gehört</li> <li>– identifizieren Seitenverhältnisse an rechtwinkligen Dreiecken als Sinus-, Kosinus- oder Tangenswert entsprechender Winkel</li> <li>– bestimmen mit dem Taschenrechner Sinus-, Kosinus- oder Tangenswert eines Winkels</li> <li>– berechnen in Kontexten fehlende Stücke in rechtwinkligen Dreiecken unter Verwendung von Sinus, Kosinus und Tangens</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Beziehungen zwischen Sinus, Kosinus und Tangens:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}, (\alpha \neq 90^\circ)</math></li> <li>➤ <math>\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\alpha)</math> <math>\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)</math></li> <li>➤ <math>(\sin(\alpha))^2 + (\cos(\alpha))^2 = 1</math> (trigonometrischer Pythagoras)</li> </ul> </li> <li>- Sinus-, Kosinus- und Tangenswerte bei <math>0^\circ</math> und bei <math>90^\circ</math> als Grenzfälle</li> <li>- Besondere Werte von Sinus, Kosinus und Tangens</li> </ul> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th><math>\alpha</math></th> <th><math>0^\circ</math></th> <th><math>30^\circ</math></th> <th><math>45^\circ</math></th> <th><math>60^\circ</math></th> <th><math>90^\circ</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\sin(\alpha)</math></td> <td>0</td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td><math>\frac{\sqrt{2}}{2}</math></td> <td><math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math></td> <td>1</td> </tr> <tr> <td><math>\cos(\alpha)</math></td> <td>1</td> <td><math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math></td> <td><math>\frac{\sqrt{2}}{2}</math></td> <td><math>\frac{1}{2}</math></td> <td>0</td> </tr> <tr> <td><math>\tan(\alpha)</math></td> <td>0</td> <td><math>\frac{\sqrt{3}}{3}</math></td> <td>1</td> <td><math>\sqrt{3}</math></td> <td>–</td> </tr> </tbody> </table>	$\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$\sin(\alpha)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\cos(\alpha)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\tan(\alpha)$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	<ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen einfache Beziehungen zwischen Sinus-, Kosinus- und Tangenswerten</li>   <li>- geben die Sinus-, Kosinus- und Tangenswerte für besondere Winkel an</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- begründen einfache Beziehungen zwischen Sinus-, Kosinus- und Tangenswerten</li> <li>- können den trigonometrischen Pythagoras erklären</li> <li>- leiten Werte von Sinus, Kosinus und Tangens für Winkel am gleichseitigen und am gleichschenkelig-rechtwinkligen Dreieck her</li> <li>- geben die Sinus-, Kosinus- und Tangenswerte für besondere Winkel an</li> <li>- wissen, dass der Zusammenhang zwischen dem Winkelmaß und dem Sinus-, bzw. Kosinus- bzw. Tangenswert jeweils nicht proportional ist</li> </ul>
$\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$																					
$\sin(\alpha)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1																					
$\cos(\alpha)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0																					
$\tan(\alpha)$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–																					

<p><b>Sinus, Kosinus und Tangens am Einheitskreis</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>P(\cos(\alpha) \sin(\alpha))</math> als Punkt auf dem Einheitskreis im ersten Quadranten</li> <li>- weitere Definition von Sinus und Kosinus als Koordinaten der Punkte <math>P(\cos(\alpha) \sin(\alpha))</math> des Einheitskreises</li> <li>- Wertebereich von Sinus und Kosinus             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>\sin(\alpha) \in [-1; 1]</math>, <math>\cos(\alpha) \in [-1; 1]</math></li> <li>➤ Vorzeichentabellen für die Quadranten</li> </ul> </li> <li>- Symmetrien am Einheitskreis, z. B. <math>\sin(180^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)</math> <math>\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos(\alpha)</math> <math>\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)</math> <math>\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)</math></li> <li>- <i>erweiterte Definition von <math>\tan(\alpha)</math> als vorzeichenergänzte Länge des Abschnitts der Tangente in <math>(1 0)</math> an den Einheitskreis</i></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- begründen die Vereinbarkeit der beiden Definitionen von <math>\cos(\alpha)</math> und <math>\sin(\alpha)</math> für Punkte des Einheitskreises im ersten Quadranten</li> <li>- <i>bestimmen Näherungswerte von <math>\sin(\alpha)</math> und <math>\cos(\alpha)</math> durch Messung am Einheitskreis (z. B. mit Radius 1 dm)</i></li> <li>- kennen die angegebenen Wertebereiche</li> <li>- kennen die Symmetrien am Einheitskreis</li> <li>- <i>bestimmen Näherungswerte von <math>\tan(\alpha)</math> durch Messung am Einheitskreis (z. B. mit Radius 1 dm)</i></li> <li>- bestimmen für die einzelnen Quadranten die Vorzeichen der Sinus-, Kosinus- bzw. Tangenswerte</li> <li>- <i>begründen, dass <math>\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}</math> für <math>0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ</math> (<math>\alpha \neq 90^\circ</math> und <math>\alpha \neq 270^\circ</math>) gilt</i></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- begründen die Vereinbarkeit der beiden Definitionen von <math>\cos(\alpha)</math> und <math>\sin(\alpha)</math> für Punkte des Einheitskreises im ersten Quadranten</li> <li>- <i>bestimmen Näherungswerte von <math>\sin(\alpha)</math> und <math>\cos(\alpha)</math> durch Messung am Einheitskreis (z. B. mit Radius 1 dm)</i></li> <li>- begründen die angegebenen Wertebereiche</li> <li>- erläutern die Symmetrien am Einheitskreis</li> <li>- <i>bestimmen Näherungswerte von <math>\tan(\alpha)</math> durch Messung am Einheitskreis (z. B. mit Radius 1 dm)</i></li> <li>- bestimmen für die einzelnen Quadranten die Vorzeichen der Sinus-, Kosinus- bzw. Tangenswerte</li> <li>- <i>begründen, dass <math>\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}</math> für <math>0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ</math> (<math>\alpha \neq 90^\circ</math> und <math>\alpha \neq 270^\circ</math>) gilt</i></li> </ul>
<p><b>Sinussatz und Kosinussatz</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Sinussatz</u>: In einem Dreieck <math>ABC</math> ist das Verhältnis aus Seite und dem Sinuswert des gegenüberliegenden Winkels gleich groß: <math display="block">\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen den Sinussatz</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- leiten den Sinussatz für beliebige Dreiecke her</li> <li>- geben den Sinussatz verbal wieder</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Kosinussatz:</u> In einem Dreieck <math>ABC</math> ist die Länge jeder Seite durch die Längen der beiden anderen Seiten und das Maß des von ihnen eingeschlossenen Winkels bestimmt, so dass gilt: <math>a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)</math> <math>b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)</math> <math>c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen den Kosinussatz</li> <li>- identifizieren den Satz von Pythagoras als Spezialfall des Kosinussatzes</li> <li>- übertragen die Formeln von Sinus- und Kosinussatz auf Dreiecke mit anderen Variablennamen</li> <li>- berechnen in Kontexten fehlende Stücke in Dreiecken mit Hilfe des Sinussatzes oder Kosinussatzes</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- leiten eine der Gleichungen des Kosinussatzes am Beispiel eines spitzwinkligen Dreiecks her</li> <li>- prüfen an Beispielen die Allgemeingültigkeit des Kosinussatzes, z. B. unter Verwendung von dynamischer Geometriesoftware</li> <li>- identifizieren den Satz von Pythagoras als Spezialfall des Kosinussatzes</li> <li>- erläutern die Vertauschbarkeit der Bezeichnungen in den Formeln des Sinussatzes und des Kosinussatzes</li> <li>- übertragen die Formeln von Sinus- und Kosinussatz auf Dreiecke mit anderen Variablennamen</li> <li>- berechnen in Kontexten fehlende Stücke in Dreiecken mit Hilfe des Sinussatzes oder Kosinussatzes</li> </ul>
<p><b>Anwendungen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Steigung und Steigungswinkel einer Geraden: <math>m = \tan(\alpha)</math></li> <li>- Flächeninhalt eines Dreiecks <math>ABC</math> : <math>A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\gamma)</math> und entsprechende Vertauschungen</li> <li>- <i>Flächeninhalt eines regelmäßigen <math>n</math>-Ecks mit Umkreisradius <math>r</math> :</i> <math>A = n \cdot \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin\left(\frac{360^\circ}{n}\right)</math></li> <li>- Aufgaben mit Alltagsbezug, auch in räumlichen Situationen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen den Zusammenhang zwischen Steigung und Steigungswinkel (Steigungsdreieck)</li> <li>- kennen die Flächeninhaltsformeln für beliebige Dreiecke</li> <li>- berechnen fehlende Größen in Figuren und Körpern mittels geeigneter Dreiecke</li> <li>- überprüfen ihre Lösungen auf Plausibilität im Anwendungskontext</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- erklären am Steigungsdreieck den Zusammenhang zwischen Steigung und Steigungswinkel</li> <li>- begründen die Gültigkeit der Flächeninhaltsformeln für Dreieck <i>und <math>n</math>-Eck</i></li> <li>- <i>vollziehen mit Hilfe einer Tabellenkalkulation nach, dass sich <math>\frac{n}{2} \cdot \sin\left(\frac{360^\circ}{n}\right)</math> für größer werdende <math>n</math> der Zahl <math>\pi</math> annähert</i></li> <li>- berechnen fehlende Größen in Figuren und Körpern mittels geeigneter Dreiecke</li> <li>- überprüfen ihre Lösungen auf Plausibilität im Anwendungskontext</li> </ul>



**Fächerübergreifend**

- BK: Baukörper in der Architektur (z.B. ägyptische Pyramiden, Dachkonstruktionen), Vermessungsprobleme
- Physik: Kräftezerlegung und Kräfteaddition, Brechungsgesetz und Fermat-Prinzip, Interferenz am Gitter, Braggsche Reflexionsbedingung

**Mögliche Methoden/Materialien**

- Anregungen zu selbstständigen Schülerarbeit
  - Bestimmung von Längen unzugänglicher Strecken zum Beispiel im Schulumfeld (Planung, Messung, Berechnung und Dokumentation der Vorgehensweise)
  - Herstellen einer trigonometrischen Scheibe
- Digitale Werkzeuge
  - DGS

**Berufsorientierung**

- Berufsbilder:
  - Architekt/-in

5. Kreis		ca. 8 Stunden
<p>Aus der Grundschule ist den Schülerinnen und Schülern der Kreis bekannt, sie haben den Kreis von anderen Figuren unterschieden, ihn ggf. mit Hilfe eines Tellers oder mit einem Faden gezeichnet. In diesem Themengebiet wird der Kreis nun auf weitere Eigenschaften hin untersucht. Bspw. auf den Umfang und den Flächeninhalt. Die Bestimmung der irrationalen Kreiszahl <math>\pi</math> kann hier entdeckend erforscht werden. Auch für Kreisteile bzw. –sektoren werden Flächeninhalte und Bogenlängen mit Hilfe der zugehörigen Formeln berechnet. Zuletzt werden diese Inhalte an praktischen Anwendungsaufgaben untersucht.</p> <p>Die Leitideen „Messen“, „Raum und Form“ und „Funktionaler Zusammenhang“ spielen hierbei eine übergeordnete Rolle.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte A – Kurs
<p><b>Grundlagen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Kreiszahl <math>\pi</math> (<math>\approx 3,1415 \dots</math>)</li> <li>– Umfang eines Kreises: <math>U = 2\pi r = \pi d</math></li> <li>– Flächeninhalt eines Kreises: <math>A = \pi r^2</math></li> <li>– Umfang und Flächeninhalt von Kreisfiguren</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– erkennen kreisähnliche Objekte in der Umwelt und modellieren diese mit Hilfe des Kreises</li> <li>– können die Zahl <math>\pi</math> als Verhältnis des Umfangs zum Durchmesser eines jeden Kreises bzw. als Verhältnis von Flächeninhalt zum Quadrat des Radius eines jeden Kreises definieren</li> <li>– wissen, dass <math>\pi</math> eine irrationale Zahl ist</li>   <li>– können die Formeln für die Berechnung des Umfangs und Flächeninhalts eines Kreises nach allen Variablen auflösen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– erkennen kreisähnliche Objekte in der Umwelt und modellieren diese mit Hilfe des Kreises</li> <li>– können die Zahl <math>\pi</math> als Verhältnis des Umfangs zum Durchmesser eines jeden Kreises bzw. als Verhältnis von Flächeninhalt zum Quadrat des Radius eines jeden Kreises definieren</li> <li>– begründen anhand des archimedischen Verfahrens, dass <math>\pi</math> eine irrationale Zahl sein muss</li> <li>– beweisen die Unmöglichkeit der Quadratur des Kreises (nur mit Zirkel und Lineal)</li> <li>– können die Formeln für die Berechnung des Umfangs und Flächeninhalts eines Kreises nach allen Variablen auflösen</li> <li>– können den Umfang eines Kreises als lineare Funktion des Radius bzw. des Durchmessers darstellen (analog: Flächeninhalt als quadratische Funktion)</li> </ul>

<p><b>Kreisteile</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Kreisausschnitt bzw. Kreissektor             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Länge des Kreisbogens <math>b</math>:  <math display="block">b = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot 2\pi r</math> </li> <li>➤ Flächeninhalt des Kreisausschnitts <math>A</math>:  <math display="block">A = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2 = b \cdot \frac{r}{2}</math> </li> <li>➤ Mittelpunktswinkel <math>\alpha</math></li> </ul> </li> <li>- <i>Kreisringe</i>:  <math display="block">A = \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)</math> </li> <li>- Grad – und Bogenmaß</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- definieren die Begriffe Kreisbogen, Kreisausschnitt (bzw. Kreissektor) und Mittelpunktswinkel</li> <li>- berechnen die Länge eines Kreisbogens</li> <li>- berechnen den Flächeninhalt eines Kreisausschnitts</li> <li>- <i>berechnen den Flächeninhalt von Kreisringen</i></li> <li>- können mit Hilfe der Länge von Kreisbögen am Einheitskreis das Gradmaß eines Winkels ins Bogenmaß umrechnen und umgekehrt</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- definieren die Begriffe Kreisbogen, Kreisausschnitt (bzw. Kreissektor) und Mittelpunktswinkel</li> <li>- leiten die Formeln für Berechnungen am Kreisausschnitt her</li> <li>- berechnen die Länge eines Kreisbogens</li> <li>- berechnen den Flächeninhalt eines Kreisausschnitts</li> <li>- <i>berechnen den Flächeninhalt von Kreisringen</i></li> <li>- können mit Hilfe der Länge von Kreisbögen am Einheitskreis das Gradmaß eines Winkels ins Bogenmaß umrechnen und umgekehrt</li> </ul>
<p><b>Anwendungen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Auto – und Fahrradreifen</li> <li>- Jahresringe von Bäumen</li> <li>- Umlaufbahnen von Satelliten</li> <li>- Laufbahn (Leichtathletik)</li> <li>- Erdumfang</li> <li>- Mönchchen des Hippokrates</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- lösen Textaufgaben mit Alltagsbezug mit Hilfe der Formeln für den Umfang und den Flächeninhalt eines Kreises</li> <li>- berechnen Längen und Flächeninhalte in komplexeren Kreisteilen und Kreismustern</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- lösen Textaufgaben mit Alltagsbezug mit Hilfe der Formeln für den Umfang und den Flächeninhalt eines Kreises</li> <li>- berechnen Längen und Flächeninhalte in komplexeren Kreisteilen und Kreismustern</li> <li>- erläutern das Verfahren des Eratosthenes zur Berechnung des Erdumfangs mit Hilfe von Kreisbögen</li> <li>- weisen mit Hilfe von Flächenbetrachtungen die Flächengleichheit bei Mönchchenfiguren des Hippokrates nach</li> </ul>

**Fächerübergreifend**

- Physik:
  - Wankelmotor; Aufbau und Funktionsweise (Fritz Wankel)
  - Zusammenhang von Bahn – und Winkelgeschwindigkeit

**Mögliche Methoden/Materialien**

- Anregungen zu selbstständigen Schülerarbeit
  - experimentelle Herleitung der Kreiszahl  $\pi$  durch die Bestimmung des Verhältnisses von Durchmesser und Umfang von kreisförmigen Objekten
  - Bestimmung des Flächeninhalts eines Kreises durch Zerlegung in viele Kreisteile
- Digitale Werkzeuge
  - Tabellenkalkulation für die Darstellung von Verhältnissen (Messverfahren)
  - DGS: Erstellen von Kreisfiguren

**Berufsorientierung**

- Berufsbilder:
  - Luft- und Raumfahrt
  - Reifenhersteller/ -in
  - Glaser/ -in
  - Mechaniker/ -in

6. Wahrscheinlichkeitsrechnung		ca. 12 Stunden
<p>Während in Klassenstufe 7 der Umgang mit Daten sowie die Entwicklung von Grundbegriffen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und einfache Anwendungen im Vordergrund stehen, werden die erworbenen Kompetenzen nun im Rahmen der systematischen Untersuchung mehrstufiger Zufallsexperimente erweitert. Dabei dominiert die Arbeit mit konkreten Beispielen; gleichwohl wird die formal mathematische Sprache weiterentwickelt.</p> <p>Als grundlegende Hilfsmittel der Modellierungen ergänzen einander Venn-Diagramm, Baumdiagramm und Vierfeldertafel. Die Leitidee „Daten und Zufall“ durchzieht diesen Lernbereich in prägender Weise.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte E – Kurs	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte A – Kurs
<p><b>Verknüpfen von Ereignissen</b> (Grundlegendes zur Wahrscheinlichkeit → Klassenstufe 7)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Ereignisse <math>A</math> und <math>B</math> eines Zufallsexperiments</li> <li>– <i>Kurze Einführung in die Mengenlehre</i></li> <li>– Darstellung von Ereignissen in einem Venn-Diagramm</li> <li>– ODER – Ereignis, Symbol <math>A \cup B</math></li> <li>– UND – Ereignis, Symbol <math>A \cap B</math></li> <li>– Vereinbarkeit, Unvereinbarkeit</li> <li>– Zerlegungsregel: <math>A = (A \cap B) \cup (A \cap \bar{B})</math> und <math>P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})</math></li> <li>– Folgerung aus der Zerlegungsregel: <math>P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)</math></li> <li>– Vierfeldertafel</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– beschreiben verschiedene Ereignisse eines Zufallsexperiments</li> <li>– führen Zufallsexperimente durch und werten sie aus</li> <li>– verknüpfen Ereignisse durch ODER bzw. UND</li> <li>– identifizieren das Eintreten des ODER-Ereignisses mit „mindestens eines der Ereignisse tritt ein“</li> <li>– identifizieren das Eintreten des UND-Ereignisses mit „beide Ereignisse treten zugleich ein“</li> <li>– übernehmen Angaben aus Texten in die Vierfeldertafel und ergänzen fehlende Angaben</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– beschreiben verschiedene Ereignisse eines Zufallsexperiments</li> <li>– führen Zufallsexperimente durch und werten sie aus</li> <li>– verknüpfen Ereignisse durch ODER bzw. UND</li> <li>– identifizieren das Eintreten des ODER-Ereignisses mit „mindestens eines der Ereignisse tritt ein“</li> <li>– identifizieren das Eintreten des UND-Ereignisses mit „beide Ereignisse treten zugleich ein“</li> <li>– <i>stellen sprachlich gefasste Verknüpfungen von Ereignissen mit Hilfe von Venn-Diagrammen dar</i></li> <li>– untersuchen Ereignisse auf Vereinbarkeit</li> <li>– veranschaulichen die Zerlegungsregel am Venn-Diagramm</li> <li>– übernehmen Angaben aus Texten in die Vierfeldertafel und ergänzen fehlende Angaben</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- verwenden die Vierfeldertafel auch zum Erfassen von Situationen mittels natürlicher Häufigkeiten</li> <li>- formen Vierfeldertafeln mit Wahrscheinlichkeiten in solche mit natürlichen Häufigkeiten um und umgekehrt</li> <li>- berechnen Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Vierfeldertafel in konkreten Situationen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- verwenden die Vierfeldertafel auch zum Erfassen von Situationen mittels natürlicher Häufigkeiten</li> <li>- formen Vierfeldertafeln mit Wahrscheinlichkeiten in solche mit natürlichen Häufigkeiten um und umgekehrt</li> <li>- berechnen Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Zerlegungsregel bzw. der Vierfeldertafel in konkreten Situationen</li> <li>- erläutern die Folgerung aus der Zerlegungsregel</li> <li>- <i>ordnen den Bereichen einer Vierfeldertafel Bereiche geeigneter Venn-Diagramme zu</i></li> </ul>
<p><b>Mehrstufige Zufallsexperimente</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- mehrmaliges Ziehen im Urnenmodell             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ ohne Zurücklegen</li> <li>➤ mit Zurücklegen</li> </ul> </li> <li>- Ereignisse am Baumdiagramm             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ UND – Ereignis als Pfad</li> <li>➤ ODER – Ereignis als Zusammenfassung von Pfaden</li> </ul> </li> <li>- Wahrscheinlichkeiten am Baumdiagramm             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Einzelwahrscheinlichkeiten der Äste</li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- nennen Beispiele für mehrstufige Zufallsexperimente aus dem Alltag</li> <li>- führen mehrstufige Zufallsexperimente durch (Bspw. Würfel, Münze, Reißzwecke, ...) und werten sie unter vorgegebenen Gesichtspunkten aus</li> <li>- stellen mehrstufige Zufallsexperimente (z. B. mehrmaliges Würfeln, mehrmaliges Ziehen aus einer Urne) in einem Baumdiagramm dar</li> <li>- <i>geben zu vorgegebenen Baumdiagrammen passende Zufallsexperimente an</i></li> <li>- identifizieren jeden Pfad eines Baumdiagrammes mit einem Elementarereignis und verwenden zur Berücksichtigung der Reihenfolge die Tupelschreibweise</li> <li>- beschriften die Pfade im Baumdiagramm mit den zugehörigen Einzelwahrscheinlichkeiten</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- nennen Beispiele für mehrstufige Zufallsexperimente aus dem Alltag</li> <li>- führen mehrstufige Zufallsexperimente durch (Bspw. Würfel, Münze, Reißzwecke, ...) und werten sie unter vorgegebenen Gesichtspunkten aus</li> <li>- stellen mehrstufige Zufallsexperimente (z. B. mehrmaliges Würfeln, mehrmaliges Ziehen aus einer Urne) in einem Baumdiagramm dar</li> <li>- <i>geben zu vorgegebenen Baumdiagrammen passende Zufallsexperimente an</i></li> <li>- identifizieren jeden Pfad eines Baumdiagrammes mit einem Elementarereignis und verwenden zur Berücksichtigung der Reihenfolge die Tupelschreibweise</li> <li>- beschriften die Pfade im Baumdiagramm mit den zugehörigen Einzelwahrscheinlichkeiten</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Erste Pfadregel: Die Wahrscheinlichkeit eines Elementarereignisses ist das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades.</li> <li>➤ Zweite Pfadregel: Die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller zugehörigen Pfade.</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Bernoulli-Experiment</li> <li>– Bernoulli-Kette</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– simulieren mehrstufige Zufallsexperimente, auch mit digitalen Werkzeugen</li> <li>– verbalisieren die Pfadregeln</li> <li>– kennen die erste Pfadregel und können sie anwenden</li> <li>– berechnen Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen mit Hilfe der Pfadregeln</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– simulieren mehrstufige Zufallsexperimente, auch mit digitalen Werkzeugen</li> <li>– verbalisieren die Pfadregeln</li> <li>– erläutern die erste Pfadregel und können sie anwenden</li> <li>– berechnen Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen mit Hilfe der Pfadregeln</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wissen was unter einem Bernoulli-Experiment zu verstehen ist und können einfache Aufgaben dazu lösen (z.B. beim mehrmaligen Würfeln: Treffer: „sechs geworfen“; Niete: „keine sechs geworfen“)</li> </ul>
<p><b>Bedingte Wahrscheinlichkeit</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Strukturieren von Daten nach Ereignissen und Gegenereignissen (<math>A, \bar{A}, B, \bar{B}</math>) mittels             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Baumdiagramm bzw. umgekehrtes Baumdiagramm</li> <li>➤ Vierfeldertafel</li> </ul> </li> <li>– bedingte Wahrscheinlichkeit,             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}</math> alternativ: <math>P(A B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}</math></li> <li>➤ Veranschaulichung am Venn-Diagramm und am Baumdiagramm</li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– strukturieren Datenbestände nach dem Auftreten zweier Merkmale <math>A</math> und <math>B</math> und ihrer Negationen</li> <li>– lesen aus Kontexten die strukturierenden Merkmale heraus</li> <li>– unterscheiden in Kontexten die bedingte Wahrscheinlichkeit von der Wahrscheinlichkeit des UND – Ereignisses</li> <li>– identifizieren Bedingungen in sprachlichen Beschreibungen von Kontexten</li> <li>– tragen Angaben aus Texten in Baumdiagramme und Vierfeldertafeln ein</li> <li>– identifizieren in Baumdiagrammen Wahrscheinlichkeitsangaben als bedingte Wahrscheinlichkeiten</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– strukturieren Datenbestände nach dem Auftreten zweier Merkmale <math>A</math> und <math>B</math> und ihrer Negationen</li> <li>– lesen aus Kontexten die strukturierenden Merkmale heraus</li> <li>– unterscheiden in Kontexten die bedingte Wahrscheinlichkeit von der Wahrscheinlichkeit des UND – Ereignisses</li> <li>– identifizieren Bedingungen in sprachlichen Beschreibungen von Kontexten</li> <li>– tragen Angaben aus Texten in Baumdiagramme und Vierfeldertafeln ein</li> <li>– identifizieren in Baumdiagrammen Wahrscheinlichkeitsangaben als bedingte Wahrscheinlichkeiten</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Modellieren von Tests             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ richtig positiv bzw. negativ getestet</li> <li>➤ falsch positiv bzw. negativ getestet</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- berechnen bedingte Wahrscheinlichkeiten</li> <li>- grenzen <math>P_B(A)</math> und <math>P_A(B)</math> gegeneinander ab</li> <li>- berechnen Wahrscheinlichkeiten in Anwendungsaufgaben zur bedingten Wahrscheinlichkeit</li> <li>- <i>berechnen Wahrscheinlichkeiten bei der Umkehrung von Ereignis und Bedingung auch unter Verwendung des umgekehrten Baumdiagramms</i></li> <li>- <i>diskutieren kontextbezogen die Zuverlässigkeit eines Tests</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- berechnen bedingte Wahrscheinlichkeiten</li> <li>- grenzen <math>P_B(A)</math> und <math>P_A(B)</math> gegeneinander ab</li> <li>- berechnen Wahrscheinlichkeiten in Anwendungsaufgaben zur bedingten Wahrscheinlichkeit</li> <li>- berechnen Wahrscheinlichkeiten bei der Umkehrung von Ereignis und Bedingung auch unter Verwendung des umgekehrten Baumdiagramms</li> <li>- diskutieren kontextbezogen die Zuverlässigkeit eines Tests</li> </ul>
<p><b>Unabhängigkeit zweier Ereignisse</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- stochastische Unabhängigkeit von Ereignissen in Kontexten</li> <li>- <u>Definition:</u> Ein Ereignis <math>A</math> heißt (stochastisch) unabhängig vom Ereignis <math>B</math> (<math>B \neq \{\}</math>), wenn <math>P(A) = P_B(A)</math> gilt.</li> <li>- wechselseitige Unabhängigkeit zweier Ereignisse <math>A</math> und <math>B</math> (<math>A, B \neq \{\}</math>)</li> <li>- <u>Satz:</u> Zwei Ereignisse <math>A</math> und <math>B</math> sind genau dann unabhängig, wenn gilt <math>P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)</math>.</li> </ul>	<p>Wird nicht im E-Kurs behandelt</p>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- erläutern den Begriff der stochastischen Unabhängigkeit an Beispielen</li> <li>- nennen Beispiele für stochastische Abhängigkeit, z. B. beim mehrmaligen Ziehen ohne Zurücklegen</li> <li>- nutzen die Unabhängigkeit zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten von UND-Ereignissen</li> <li>- untersuchen rechnerisch Ereignisse auf stochastische Abhängigkeit</li> <li>- unterscheiden die Begriffe „unvereinbar“ und „unabhängig“</li> </ul>



**Fächerübergreifend**

- AL: Bau von Zufallsexperimentobjekten (Galton – Brett, Glücksräder, Würfel)

**Mögliche Methoden/Materialien**

- Anregungen zu selbstständigen Schülerarbeit
  - Recherchieren der Güte medizinischer Tests
  - Durchführung, Simulation und Auswertung realer Experimente
  - Erstellen und Auswerten einer Umfrage innerhalb der Schulgemeinschaft zu einer sensiblen Frage in einem RRT-Verfahren (Randomized-Response-Technik)
- Digitale Werkzeuge
  - Simulation von (mehrstufigen) Zufallsexperimenten, z.B. mit Tabellenkalkulation
  - Erstellen von Baumdiagrammen mit bereichsspezifischer Software

**Berufsorientierung**

- Berufsbilder:
  - Statistiker/-in
  - Versicherungskaufmann/-kauffrau
  - Bankangestellte/-r

Im G-Kurs des neunten Schuljahres im Schengen-Lyzeum werden die Schülerinnen und Schüler auf die Hauptschulabschlussprüfung vorbereitet. Es bietet sich an, regelmäßig Prüfungsaufgaben in den Unterricht einfließen zu lassen. Beispielsweise zu Grundrechenarten und Prozent- und Zinsrechnung, sodass in der konkreten Vorbereitungszeit auf die Prüfung, die Grundkenntnisse der Schülerinnen und Schüler schon aufgebaut sind.

Klassenstufe	Themengebiet	Prüfungsrelevante Inhalte
<b>7 und 8</b>	Rationale Zahlen	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Erweitern und Kürzen</li> <li>– Grundrechenarten mit einfachen Brüchen und ganzen Zahlen</li> <li>– Größenvergleich</li> <li>– Umwandlung zwischen Bruch – und Dezimalzahldarstellung</li> <li>– Zahlengerade</li> </ul>
	Zuordnungen (proportional und antiproportional)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Zwei – und Dreisatz</li> <li>– (anti-)proportionale und nicht-proportionale Zusammenhänge</li> <li>– Modellgrenzen (z.B. Mengenrabatt)</li> </ul>
	Prozente und Zinsen	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Grundaufgaben der Prozent- und Zinsrechnung</li> <li>– Vermehrter und verminderter Grundwert</li> <li>– Zinsen bei Bruchteilen von Jahren</li> </ul>
	Terme und (Un-)Gleichungen	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Einfache Terme zusammenfassen</li> <li>– Äquivalenzumformungen bei linearen Gleichungen</li> </ul>
	Geometrie	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Grundkonstruktionen (Mittelsenkrechte; Lot; Winkelhalbierende, Dreiecksschwerpunkt)</li> <li>– Flächenberechnung mit Hilfe einer Formelsammlung</li> <li>– Punkt- und Achsenspiegelung und Verschiebungen konstruieren und ihre Eigenschaften benennen</li> <li>– Prismen, Zylinder, Pyramiden und Kegel als Netz und Schrägbild darstellen und in Worten beschreiben</li> </ul>
	Zufall und Statistik	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Diagramme (beschreibende Statistik)</li> <li>– Ergebnis</li> <li>– Ereignis</li> <li>– Relative Häufigkeit</li> <li>– Wahrscheinlichkeit</li> <li>– Laplace-Experiment</li> <li>– Zweistufige Zufallsexperimente</li> <li>– Baumdiagramm</li> </ul>

<b>9</b>	Wurzeln und Potenzen	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Quadrieren</li> <li>– Quadratwurzelziehen</li> <li>– Zehnerpotenzen (große und kleine Zahlen)</li> </ul>
	Prozent- und Zinsrechnung	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Wiederholung der Grundaufgaben der Prozent- und Zinsrechnung</li> <li>– Zinseszins schrittweise berechnen</li> </ul>
	Gleichungen und Zuordnungen	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Proportionale, nicht-proportionale, antiproportionale und lineare Zuordnungen</li> <li>– lineare Gleichungen</li> <li>– Sachprobleme</li> </ul>
	Geometrie	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Quadrat, Rechteck, Dreieck, Trapez, Kreis</li> <li>– Prisma, Zylinder, Quadratische Pyramide, Kegel</li> <li>– Zusammengesetzte Körper</li> <li>– Satz des Pythagoras</li> <li>– Umgang mit einer Formelsammlung</li> </ul>
	Wahrscheinlichkeit und Statistik	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Relative Häufigkeit</li> <li>– Baumdiagramm</li> <li>– Zweistufige Zufallsexperimente</li> <li>– Wahrscheinlichkeiten berechnen (Pfadregel)</li> <li>– Mittelwert</li> <li>– Median</li> <li>– Spannweite</li> </ul>

### Inhaltsverzeichnis

1. Grundkenntnisse .....	92
2. Prozent- und Zinsrechnung .....	94
3. Quadratzahlen, Wurzeln und Potenzen .....	97
4. Termumformungen, Gleichungen und Zahlenrätsel.....	99
5. Zuordnungen und lineare Funktionen .....	101
6. Geometrie, Satz des Pythagoras .....	103
7. Wahrscheinlichkeitsrechnung.....	106

1. Grundkenntnisse	ca. 8 Stunden
<p>Aufbauend auf den Grundvorstellungen von Brüchen und ganzen Zahlen und den einfachen Verknüpfungen innerhalb der aus den Klassenstufen 5-8 bekannten Bruchfamilien und ganzen Zahlen stehen jetzt die formalen Aspekte im Vordergrund: Grundrechenarten, Größenvergleich, Rechengesetze, Umwandeln zwischen Bruch- und Dezimaldarstellung und das Rechnen mit Größen. Auf eine sinnvolle Auswahl und numerische Beschränkung ist zu achten. Ebenso ist es beim Herleiten und Anwenden der vielfältigen Regeln notwendig, immer wieder auf die anschauliche Basis zurückzukehren und unterschiedliche Darstellungsmodi (enaktiv, ikonisch, symbolisch) zu verwenden, um unterschiedliche Denkstile und Lerntypen anzusprechen.</p>	
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Grundrechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division) verstärkt in <math>\mathbb{Q}</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Kopfrechnen</li> <li>➤ Schriftliches Rechnen</li> </ul> </li> <li>- Rechengesetze, Rechenregeln                     <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Assoziativgesetz</li> <li>➤ Kommutativgesetz</li> <li>➤ Distributivgesetz (Verteilungsgesetz)</li> <li>➤ Klammerregeln (insbesondere Minusklammer)</li> </ul> </li> <li>- Überschlagsrechnung</li> <li>- Größen                     <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Längen (<math>mm, cm, dm, m, km</math>)</li> <li>➤ Flächen (<math>mm^2, cm^2, dm^2, m^2, km^2</math>)</li> <li>➤ Volumina (<math>mm^3, cm^3, dm^3, m^3</math>)</li> <li>➤ <math>1 dm^3 = 1 l</math></li> <li>➤ Gewicht (<math>mg, g, kg, t</math>)</li> <li>➤ Zeit (<math>s, min, h, d, m, a</math>)</li> <li>➤ Geld (<math>cent, Euro</math>)</li> </ul> </li> <li>- Analoge Uhr</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rechnen Aufgaben im Zahlenraum <math>\mathbb{Q}</math> im Kopf und schriftlich</li> <li>- können Standardoperationen mit dem Taschenrechner ausführen</li> <li>- vergleichen und ordnen Zahlen mit unterschiedlicher Darstellung</li> <li>- kennen die Rechengesetze, sowie die Rechenregeln und können sie gezielt anwenden</li> <li>- wenden das Distributivgesetz vorwärts und rückwärts an (ausmultiplizieren bzw. ausklammern)</li> <li>- können Minusklammern richtig auflösen</li> <li>- überschlagen Rechnungen und geben geschätzte Werte an</li> <li>- überprüfen Ergebnisse durch Überschlagsrechnung</li> <li>- wandeln Größen um und kennen die verschiedenen Einheiten</li> <li>- können Zeitspannen ermitteln, auch durch Ablesen einer analogen Uhr</li> <li>- lösen Anwendungsaufgaben</li> </ul>

---

<b>Fächerübergreifend</b>
– Physik: Einheiten von physikalischen Größen, bspw. Strom oder Stromrechnungen
<b>Mögliche Methoden/Materialien</b>
– Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit: <ul style="list-style-type: none"><li>➤ Erstellen von Karteikarten zu den Grundkenntnissen als Vorbereitung auf die HSA – Prüfung</li></ul>
– Digitale Werkzeuge: <ul style="list-style-type: none"><li>➤ online – Übungen</li></ul>
<b>Berufsorientierung</b>
– Grundkenntnisse in Mathematik in jeder beruflichen Orientierung erforderlich
<b>Nachhaltigkeit</b>
– Aufgaben zum Stromverbrauch und Möglichkeiten zur Stromverbrauchreduzierung

2. Prozent- und Zinsrechnung		ca. 16 Stunden
<p>Bekannte Alltagsbezüge bzw. -begriffe (z.B. Rabatt, Mehrwertsteuer, Zinsen) lassen den Schülerinnen und Schülern die Prozent- und Zinsrechnung als interessantes und lebensnahes Teilthema der Mathematik erscheinen. Der Begriff „Prozent“ ist heute in vielen Lebensbereichen gegenwärtig. Überall dort, wo es um Vergleiche zu verschiedenen Bezugsgrößen geht, wird der relative Vergleich gemäß dem Lateinischen „pro centum“ (von Hundert) gegenüber dem absoluten Vergleich herangezogen.</p> <p>Prozent- und Zinsrechnung haben einen hohen Stellenwert in der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler. Künftiges Einkommen, Kontoführung und gewünschte Anschaffungen sind den Schülerinnen und Schülern Motivation, die Prozent- und Zinsrechnung an lebensnahen Aufgaben zu wiederholen und zu festigen. Zudem bietet gerade dieses Themenfeld eine breite Variation an Lösungswegen und eine vielfältige Vernetzung zu anderen Themen der Mathematik.</p>		
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte	
<p><b>Prozentsätze und Bruchteile von Größen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Absoluter und relativer Vergleich von Anteilen</li> <li>– Verhältnis – Anteil</li> <li>– Prozent</li> <li>– Prozentzahl <math>p</math></li> <li>– Prozentsatz <math>p\%</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– können die Begriffe „absoluter und relativer Vergleich von Anteilen“ erläutern</li> <li>– unterscheiden zwischen dem Verhältnis <math>x</math> zu <math>y</math> und dem Anteil <math>x</math> von <math>y</math></li> <li>– erklären die Wortbedeutung des Begriffs Prozent</li> <li>– stellen den Zusammenhang zwischen Prozentschreibweise und Bruchdarstellung her</li> <li>– schreiben einen Prozentsatz als Bruchzahl und als Dezimalbruch und umgekehrt</li> <li>– wandeln einfache Prozentsätze (z. B. 1%, 5%, 10%, 20%, 25%, 33, <math>\bar{3}</math> %, 50%, 75%) im Kopf in die Bruchdarstellung um und umgekehrt</li> <li>– verwenden den Prozentsatz als Teil des Ganzen, z. B. <math>60\% = \frac{3}{5}</math> (von 1)</li> <li>– verwenden den Prozentsatz zur Angabe des relativen Anteils, z. B. <math>60\%</math> von ... = <math>\frac{3}{5}</math> von ...</li> <li>– bestimmen den Anteil einer schraffierten Fläche und geben den Prozentsatz bzw. den Dezimalbruch an</li> <li>– färben Flächen mit vorgegebenen Prozentsatz ein</li> <li>– verwenden Prozentsätze über 100%</li> <li>– interpretieren Prozentangaben im Alltag (z. B. Preisnachlässe)</li> <li>– werten Balken- und Kreisdiagramme mit Prozentangaben aus</li> <li>– veranschaulichen Prozentangaben durch Balken- und Kreisdiagramme, auch unter Verwendung eines Tabellenkalkulationsprogramms</li> </ul>	

<p><b>Prozentwert, Grundwert</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Prozentwert <math>W</math></li> <li>- Grundwert <math>G</math></li> <li>- Quotientengleichheit <math>\frac{W}{G} = \frac{p}{100}</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können die Begriffe „Grundwert, Prozentsatz und Prozentwert“ verwenden</li> <li>- lösen einfache Grundaufgaben der Prozentrechnung im Kopf</li> <li>- berechnen den Prozentwert             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ nach dem Dreisatzschema / Tabelle</li> </ul> </li> <li>- berechnen den Grundwert             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ nach dem Dreisatzschema / Tabelle</li> </ul> </li> <li>- berechnen die Prozentzahl             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ nach dem Dreisatzschema / Tabelle</li> </ul> </li> <li>- interpretieren <math>\frac{p}{100}</math> als Proportionalitätsfaktor</li> </ul>
<p><b>Prozentrechnen im Alltag</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Handel und Gewerbe: Brutto, Netto, Gewinn, Verlust, Rabatt, Skonto</li> <li>- Steuerwesen: Mehrwertsteuer (MwSt.)</li> <li>- Banken und Versicherungen: Kapital, Zinsen, Zinssatz, Zeit</li> <li>- Zinsen, Zinseszinsen</li> <li>- Tageszins, Jahreszins, Zinsformel <math>K_1 = \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot K_0</math></li> <li>- Statistik: Häufigkeitstabelle, Wahlergebnis</li> <li>- Straßenschilder: Steigung, Gefälle</li> <li>- Alkoholanteil im Blut (Promille bzw. ‰)</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- verwenden die Fachbegriffe bei Berechnungen mit Kontextbezug</li> <li>- ordnen bei Sachaufgaben den Fachbegriffen die Begriffe Prozentwert, Grundwert und Prozentsatz zu</li> <li>- erläutern die Größen Kapital, Zinssatz und Zeit</li> <li>- erläutern die Begriffe Zinsen und Zinseszinsen</li> <li>- führen Überschlagsrechnungen im Kopf aus</li> <li>- lösen Anwendungsaufgaben zur Prozent- und Zinsrechnung</li> <li>- lösen Aufgaben zur Zinsrechnung und zur Zinseszinsrechnung (Bestandteil der HSA-Prüfung)</li> <li>- erläutern die Zusammenhänge zwischen den Größen einer Formel</li> </ul>
<p><b>Sukzessives Prozentrechnen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- gleiche und wechselnde Prozentsätze</li> <li>- wachsende und fallende Prozentwerte</li> <li>- erhöhter und verminderter Grundwert</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- lösen Anwendungsaufgaben mit erhöhtem oder vermindertem Grundwert</li> </ul>

---

<b>Fächerübergreifend</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Chemie: Zusammensetzung von Stoffen und Lösungen</li><li>- GW: Politische Wahlen und prozentuale Zusammensetzung einer Regierung</li></ul>
<b>Mögliche Methoden/Materialien</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Digitale Werkzeuge:<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Tabellenkalkulationsprogramme</li><li>➤ online – Übungen</li></ul></li></ul>
<b>Berufsorientierung</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Berufsbilder: Bankkaufmann/ -frau</li></ul>



3. Quadratzahlen, Wurzeln und Potenzen	ca. 8 Stunden
<p>Quadrieren und (Quadrat-)Wurzelziehen als Umkehrung werden gemeinsam behandelt. Die Kenntnis der Quadratzahlen bis 400 erleichtert das Abschätzen von Ergebnissen und das Lösen von Aufgaben. Die Darstellung von großen und kleinen Zahlen mit Zehnerpotenzen ermöglicht das Deuten von Taschenrechneranzeigen.</p>	
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p><b>Quadratzahlen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Quadratzahlen 1 – 400 <math>a^2; a \in [1; 20]</math></li> <li>– Kubikzahlen <math>a^3; a \in [1; 5]</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– kennen die Quadratzahlen von 1 bis 400 und können damit rechnen</li> <li>– kennen die Kubikzahlen von 1 bis 125 und können damit rechnen</li> </ul>
<p><b>Wurzeln</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Quadratwurzel <math>\sqrt{a}; a \in \mathbb{Q}_+</math></li> <li>– Kubikwurzel <math>\sqrt[3]{a}; a \in \mathbb{Q}_+</math></li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– definieren die Quadratwurzel einer rationalen Zahl</li> <li>– wissen, dass man aus einer negativen Zahl keine (Quadrat-)Wurzel ziehen kann</li> <li>– erläutern den Zusammenhang zwischen Quadrieren und Wurzelziehen</li> <li>– können den Wert einer Quadratwurzel sowohl mit Hilfe des Taschenrechners als auch durch Kenntnis der Quadratzahlen bis 400 abschätzen</li> <li>– definieren die Kubikwurzel einer rationalen Zahl</li> <li>– bestimmen einfache Kubikwurzeln</li> <li>– runden Zahlen situationsangemessen</li> </ul>
<p><b>Potenzen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Potenzen mit natürlichen Exponenten: <math>a^n; a \in \mathbb{Q}^*, n \in \mathbb{N}</math></li> <li>– Zehnerpotenzen <math>10^z; z \in \mathbb{Z}</math></li> <li>– Zehnerpotenzschreibweise</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– definieren Potenzen mit natürlichen Exponenten</li> <li>– verwenden die Potenzschreibweise</li> <li>– definieren Zehnerpotenzen mit ganzen Exponenten</li> <li>– können Zahlen in Zehnerpotenzschreibweise lesen und schreiben</li> <li>– nutzen die Stellenwerttafel des Zehnersystems für Zehnerpotenzen</li> </ul>

**Fächerübergreifend**

- Physik: Entfernungen von Planeten
- Chemie: Größe von Atomen
- Biologie: Zellenanzahl im Körper

**Mögliche Methoden/Materialien**

- Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit:
  - Papier falten, Vervielfachung einer Textnachricht
- Digitale Werkzeuge:
  - Umgang mit dem Taschenrechner

**Berufsorientierung**

- Berufsbilder:
  - Fliesenleger/-in
  - Parkettleger/-in

<p><b>4. Termumformungen, Gleichungen und Zahlenrätsel</b></p>	<p>ca. 16 Stunden</p>
<p>Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen entstehen immer wieder Situationen, in denen eine gesuchte Größe nicht ermittelt werden kann. Die Schülerinnen und Schüler lernen, solche Probleme durch Nutzung von Variablen und Gleichungen zu bearbeiten. Sie lösen (Un-)Gleichungen durch systematisches Probieren und verwenden für lineare Gleichungen Äquivalenzumformungen. Die gefundenen Lösungen werden an der Aufgabenstellung überprüft und als Antwort formuliert. Der sichere Umgang mit einfachen Term- und Äquivalenzumformungen ist erforderlich.</p>	
<p><b>Verbindliches Fachwissen</b></p>	<p><b>Verbindliche Kompetenzschwerpunkte</b></p>
<p><b>Terme und Gleichungen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Term</li> <li>- Gleichung</li> <li>- Terme vereinfachen</li> <li>- Distributivgesetz</li> <li>- Gleichungen nach einer Variablen auflösen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können die Begriffe „Term“ und „Gleichung“ definieren und anhand von Beispielen erläutern</li> <li>- berechnen Werte eines Terms durch Einsetzen von Zahlen</li> <li>- können einfache Terme aufstellen und vereinfachen</li> <li>- formen einfache Terme mit Klammern um</li> <li>- lösen einfache lineare Gleichungen auch mit Klammern durch Probieren und Äquivalenzumformungen</li> <li>- machen bei Gleichungen die Rechen- und die Problemprobe</li> </ul>
<p><b>Formeln</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Formel Bspw.: Flächen-, Volumen-, Zinsformel</li> <li>- Umformungen von Formeln</li> <li>- Formelsammlung</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- können den Begriff „Formel“ definieren und anhand von Beispielen erläutern</li> <li>- beschreiben den Zusammenhang von Größen aus verschiedenen Themenfeldern (z.B. geometrische Formeln) unter funktionalem Aspekt („Wie verändert sich...?“)</li> <li>- lösen die prüfungsrelevanten Formeln durch Einsetzen gegebener Größen nach einer gesuchten Größe auf</li> <li>- können mit einer Formelsammlung umgehen</li> </ul>
<p><b>Zahlenrätsel</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Schlüsselbegriffe in Textaufgaben Bspw.: vermindert, vermehrt, das x-fache...</li> <li>- Gleichung aufstellen</li> <li>- Gleichung lösen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen die Schlüsselbegriffe und können sie mit einer mathematischen Gleichung darstellen</li> <li>- lösen Sachaufgaben und Zahlenrätsel, die einfache Zusammenhänge beschreiben, durch ein geeignetes Verfahren</li> </ul>

---

<b>Fächerübergreifend</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Physik/Chemie: Umstellen von Formeln</li><li>- Deutsch: Formulieren von (Zahlen-)Rätseln</li></ul>
<b>Mögliche Methoden/Materialien</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit:<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Gleichungen für Sachprobleme aufstellen</li></ul></li><li>- Digitale Werkzeuge:<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Tabellenkalkulation einsetzen zur Berechnung von Werten</li></ul></li></ul>
<b>Berufsorientierung</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Berufsbilder: Winzer/-in (Mostgewicht und Zuckergehalt)</li></ul>

<p><b>5. Zuordnungen und lineare Funktionen</b></p>	<p>ca. 16 Stunden</p>
<p>Aktuelle Sachthemen – auch aus Zeitungen und Internet – erlauben eine Wiederholung und Vertiefung der Inhalte aus der Klassenstufe 7/8. Sie bieten eine vielfältige Nutzung der Zuordnungen und erlauben eine sinnvolle Vernetzung zu anderen Themen wie den Gleichungen (produkt- und quotientengleiche Zahlenpaare), zur Statistik, zur Prozentrechnung und zur Geometrie.</p>	
<p><b>Verbindliches Fachwissen</b></p>	<p><b>Verbindliche Kompetenzschwerpunkte</b></p>
<p><b>Zuordnungen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Proportional „Je mehr, desto mehr“ „Je weniger, desto weniger“ <math>y = k \cdot x; k \in \mathbb{Q}^*</math> Graph: Ursprungsgerade Quotientengleichheit</li> <li>- Antiproportional „Je mehr, desto weniger“ „Je weniger, desto mehr“ <math>y = \frac{k}{x}; k \in \mathbb{Q}^*</math> Graph: Hyperbel Produktgleichheit</li> <li>- Dreisatz</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- unterscheiden und beschreiben nicht-proportionale, proportionale und antiproportionale, sowie lineare Zusammenhänge</li> <li>- können Anwendungsaufgaben zu proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen mit Hilfe von Dreisatz, Tabelle oder Zuordnungsvorschrift lösen</li> <li>- bestimmen die Zuordnungsvorschrift unter Verwendung der Quotientengleichheit oder der Produktgleichheit</li> <li>- wählen in Sachsituationen ein geeignetes Modell (proportionaler, antiproportionaler oder linearer Zusammenhang) aus</li> <li>- verwenden den Dreisatz, um gesuchte Größen zu bestimmen</li> <li>- können nicht-proportionale, proportionale und antiproportionale Zuordnungen in verschiedenen Formen (z.B. Tabelle, Pfeilbild, Koordinatensystem) darstellen und zwischen diesen Darstellungen wechseln</li> <li>- verwenden Hilfsmittel, wie Lineal, Geodreieck und Geometriesoftware zum Zeichnen von Graphen</li> </ul>
<p><b>Lineare Funktionen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Definition lineare Funktion: <math>f(x) = m \cdot x + b</math></li> <li>- Graph einer linearen Funktion: Gerade <math>y = m \cdot x + b</math> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>m</math>: Steigung</li> <li>➤ <math>b</math>: y-Achsenabschnitt</li> </ul> </li> <li>- Nullstelle</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen die Definition einer linearen Funktion</li> <li>- erstellen Wertetabellen und zeichnen Graphen linearer Funktionen in ein (geeignetes) Koordinatensystem</li> <li>- kennen die Gleichung einer Geraden</li> <li>- erläutern die Begriffe Steigung und y-Achsenabschnitt</li> <li>- lesen die Steigung und den y-Achsenabschnitt aus einer Geradengleichung und einem gegebenen Graphen ab</li> <li>- zeichnen Geraden unter Verwendung der Steigung und des y-Achsenabschnitts</li> </ul>

**Mögliche Methoden/Materialien**

- Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit:
- Digitale Werkzeuge:
  - Arbeiten mit einem DGS

**Berufsorientierung**

- Berufsbilder: Jugendleiter/-in (Organisation; Preisberechnungen)

<p><b>6. Geometrie, Satz des Pythagoras</b></p>	<p>ca. 20 Stunden</p>
<p>Aufbauend auf den Kompetenzen und Inhalten der Vorjahre stehen jetzt Berechnungen von Prisma, Zylinder und Spitzkörper, sowie im Dreieck mit Hilfe des Satzes des Pythagoras im Vordergrund.                  Der handlungsaktive Umgang mit den Objekten, sollte immer den Ausgangspunkt und die Grundlage der formalen Betrachtungen und Berechnungen bilden.                  Viele Inhalte (wie z.B. Spitzkörper und Satz des Pythagoras) lassen sich untereinander und durch Querverbindungen zu anderen Gebieten der Mathematik vernetzen.                  Die Verwendung einer entsprechenden Software ist ein geeigneter Weg, die Raumvorstellung weiter zu entwickeln und wichtige Erkenntnisse zu visualisieren.</p>	
<p><b>Verbindliches Fachwissen</b></p>	<p><b>Verbindliche Kompetenzschwerpunkte</b></p>
<p><b>Satz des Pythagoras</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <u>Satz:</u>                      Wenn ein Dreieck <math>ABC</math> in <math>C</math> rechtwinklig ist, dann gilt:  <math>a^2 + b^2 = c^2</math>.</li> <li>- <u>Umkehrung des Satzes:</u>                      Wenn <math>a^2 + b^2 = c^2</math>, dann ist das Dreieck <math>ABC</math> rechtwinklig in <math>C</math>.</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- geben den Inhalt des Satzes des Pythagoras und seiner Umkehrung wieder</li> <li>- berechnen mit Hilfe des Satzes des Pythagoras in rechtwinkligen Dreiecken die fehlende dritte Seite bei Kenntnis der beiden anderen Seitenlängen</li> <li>- weisen mit Hilfe der Umkehrung des Satzes des Pythagoras die Rechtwinkligkeit von Dreiecken nach</li> <li>- lösen geometrische Sachaufgaben mit Hilfe des Satzes des Pythagoras</li> </ul>
<p><b>Ebene Geometrie</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Winkelarten (Nullwinkel, spitzer Winkel, rechter Winkel, stumpfer Winkel, gestreckter Winkel, überstumpfer Winkel, Vollwinkel)</li> <li>- Winkelbeziehungen                         <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Nebenwinkel</li> <li>➤ Scheitelwinkel</li> <li>➤ Stufenwinkel</li> <li>➤ Wechselwinkel</li> </ul> </li> <li>- Winkelsumme                         <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Dreieck: <math>\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ</math></li> <li>➤ Viereck: <math>\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ</math></li> </ul> </li> <li>- Konstruktionen</li> <li>- Flächeninhalte:                         <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Dreieck: <math>A = \frac{g \cdot h_g}{2}</math></li> <li>➤ Quadrat: <math>A = a^2</math></li> <li>➤ Rechteck: <math>A = a \cdot b</math></li> <li>➤ Parallelogramm: <math>A = g \cdot h_g</math></li> <li>➤ Trapez: <math>A = \frac{a+c}{2} \cdot h; a \parallel c</math></li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- kennen die unterschiedlichen Winkelarten</li> <li>- kennen die unterschiedlichen Winkelbeziehungen und ihre Eigenschaften</li> <li>- können die Winkelsumme in Dreiecken und Vierecken wiedergeben</li> <li>- beschreiben die Figuren „Dreieck“, „Quadrat“, „Rechteck“, „Trapez“ und „Kreis“</li> <li>- erstellen informative Planskizzen</li> <li>- machen Aussagen zur Lösbarkeit von Konstruktionsaufgaben (z.B. mit Hilfe der Winkelsumme in Dreiecken oder der Dreiecksungleichung)</li> <li>- setzen Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck und dynamische Geometriesoftware zur Darstellung von Figuren ein</li> <li>- konstruieren rechtwinklige Dreiecke</li> <li>- können Zerlegungs- und Ergänzungsbeweise zur Veranschaulichung von Flächeninhaltsformeln nachvollziehen</li> <li>- definieren die Zahl <math>\pi</math> als Quotient aus Kreisumfang und Durchmesser</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Kreis:             <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>\pi = \frac{U}{d}</math></li> <li>➤ <math>U = 2\pi r = \pi \cdot d</math></li> <li>➤ <math>A = \pi r^2</math></li> </ul> </li> <li>- Zusammengesetzte Figuren</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- berechnen mit Hilfe der prüfungsrelevanten Formelsammlung Umfänge, Strecken und Flächeninhalte (auch von zusammengesetzten Flächen)</li> <li>- können geometrische Objekte der Ebene in bekannte und berechenbare Teile zerlegen bzw. zu solchen ergänzen</li> <li>- können zu zusammengesetzten oder zerlegten Flächen eine Formel aufstellen und begründen</li> <li>- stellen reale Objekte der Ebene durch bekannte mathematische Figuren dar</li> </ul>
<p><b>Körper</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Körpernetze und Schrägbilder</li> <li>- Oberflächen und Volumina (<math>G \triangleq</math> Grundfläche, <math>M \triangleq</math> Mantelfläche)</li> <li>➤ Prisma:             <ul style="list-style-type: none"> <li><math>O = 2G + M</math></li> <li><math>V = G \cdot h</math></li> </ul> </li> <li>➤ Zylinder:             <ul style="list-style-type: none"> <li><math>M = \pi \cdot d \cdot h</math></li> <li><math>O = 2G + M</math></li> <li><math>V = G \cdot h</math></li> </ul> </li> <li>➤ Quadratische Pyramide:             <ul style="list-style-type: none"> <li><math>O = G + M</math></li> <li><math>V = \frac{1}{3} G \cdot h</math></li> </ul> </li> <li>➤ Kegel:             <ul style="list-style-type: none"> <li><math>O = G + M</math></li> <li><math>V = \frac{1}{3} G \cdot h</math></li> </ul> </li> <li>- Zusammengesetzte Körper</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- beschreiben die Objekte „Prisma“, „Zylinder“, „Quadratische Pyramide“ und „Kegel“</li> <li>- setzen Hilfsmittel wie Zirkel, Lineal, Geodreieck und dynamische Geometriesoftware zur Darstellung von Körpern ein</li> <li>- können die Oberflächen- oder Volumenberechnung eines zusammengesetzten Körpers strukturiert darstellen und in vorbereiteten Beiträgen präsentieren</li> <li>- berechnen mit Hilfe der prüfungsrelevanten Formelsammlung Oberflächen und Volumina (auch von zusammengesetzten Körpern)</li> <li>- stellen Beziehungen zwischen den unterschiedlichen Darstellungen (Netz, Schrägbild, Formel) her</li> <li>- können geometrische Objekte des Raumes in bekannte und berechenbare Teile zerlegen bzw. zu solchen ergänzen</li> <li>- stellen reale Objekte des Raumes durch bekannte mathematische Körper dar</li> <li>- können die für ein Modell benötigten Maße aus Abbildungen und Texten entnehmen oder durch eigene Messungen gewinnen</li> </ul>



<b>Fächerübergreifend</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Kunst: Zeichnen von dreidimensionalen Objekten (Licht und Schatten)</li><li>- AL: Herstellen geometrischen Körpern mit unterschiedlichen Materialien</li></ul>
<b>Mögliche Methoden/Materialien</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit:<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Grundkörper in realen Objekten finden</li><li>➤ Bestimmung von pythagoreischen Zahlentripeln</li><li>➤ Zeichnen von Körpernetzen und Schrägbilder von selbst mitgebrachten Objekten</li><li>➤ Herstellen von Körpermodellen</li></ul></li><li>- Digitale Werkzeuge:<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Beweis des Satzes des Pythagoras mit Hilfe eines DGS</li></ul></li></ul>
<b>Berufsorientierung</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Berufsbilder:<ul style="list-style-type: none"><li>➤ Zimmerer/Zimmerin</li><li>➤ Goldschmied/-in</li></ul></li></ul>
<b>Nachhaltigkeit</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>- Upcycling; Geometrische Kunstobjekte aus Müll</li></ul>

7. Wahrscheinlichkeitsrechnung	ca. 16 Stunden
<p>Alltägliche Situationen können häufig als Zufallsexperimente modelliert werden. Die Veranschaulichung zweistufiger Zufallsexperimente durch Baumdiagramme und die Berechnung der Wahrscheinlichkeit von Ereignissen zur Einschätzung von Chancen und Risiken in realen Situationen wie etwa Gewinn – oder Wettspielen führen zu wichtigen Erkenntnissen. Im Bereich der Statistik werden Daten erfasst und in Tabellen und Diagrammen veranschaulicht. Die statistischen Kenngrößen arithmetisches Mittel, Median und Spannweite werden ermittelt, um die Aussagekraft unterschiedlicher Erhebungen zu diskutieren.</p>	
Verbindliches Fachwissen	Verbindliche Kompetenzschwerpunkte
<p><b>Wahrscheinlichkeit</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Relative Häufigkeit</li> <li>– Absolute Häufigkeit</li> <li>– Gesetz der großen Zahlen</li> <li>– Zweistufige Zufallsexperimente (Baumdiagramme)</li> <li>– 1. Pfadregel</li> <li>– 2. Pfadregel</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– erklären die Begriffe „relative und absolute Häufigkeit“</li> <li>– nennen Beispiele für zweistufige Zufallsexperimente (Würfeln, Münze werfen, Ziehen aus Urnen, etc.)</li> <li>– beschreiben verbal Ausgänge von zweistufigen Zufallsexperimenten</li> <li>– beschreiben verbal Ereignisse bei zweistufigen Zufallsexperimenten</li> <li>– stellen zweistufige Zufallsexperimente und deren Ausgänge mit Hilfe von Baumdiagrammen dar</li> <li>– können einem Ast eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten zuordnen</li> <li>– berechnen die Wahrscheinlichkeit eines Ausgangs eines zweistufigen Zufallsexperiments als Produkt der Wahrscheinlichkeiten entlang des zugehörigen Pfades</li> <li>– berechnen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses eines zweistufigen Zufallsexperiments als Summe der Wahrscheinlichkeiten aller zum Ereignis gehörender Ausgänge bzw. Pfade</li> <li>– nutzen Wahrscheinlichkeiten realer Situationen (z.B. Glücksspielen) und erläutern diese mit eigenen Einschätzungen</li> </ul>
<p><b>Statistik</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Minimum, Maximum, Median (Zentralwert), Mittelwert (Durchschnitt), Spannweite</li> <li>– Diagramme: Kreis-, Streifen- und Säulendiagramm</li> <li>– Tabelle</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– vereinfachen reale Situationen um statistische Erhebungen durchführen zu können</li> <li>– können Experimente zur Simulation zufälliger Vorgänge planen, durchführen, auswerten und interpretieren</li> <li>– können authentischem Material (z.B. Zeitung, Internet) Informationen entnehmen, beschreiben und bewerten</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- können statistische Erhebungen in der Gruppe selbstorganisiert planen, durchführen, auswerten und präsentieren</li> <li>- erklären die Begriffe „Mittelwert“ (arithmetisches Mittel), „Median“ und „Spannweite“</li> <li>- verwenden die statistischen Größen „Mittelwert“ und „Median“ zur Analyse statistischer Verteilungen</li> <li>- kennen und verwenden unterschiedliche Darstellungsmöglichkeiten für Daten</li> <li>- können Darstellungen von statistischen Erhebungen analysieren, Fehler oder bewusste Manipulationen entdecken und bewerten</li> <li>- verwenden eine Tabellenkalkulation</li> </ul>
<b>Fächerübergreifend</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- GW: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Durchführung von Umfragen zu bestimmten Themen</li> <li>➤ Auswertung von politischen Wahlen</li> </ul> </li> <li>- Sprachen: Textverständnis</li> <li>- NW: Auswertung von naturwissenschaftlichen Daten und Ergebnissen</li> </ul>	
<b>Mögliche Methoden/Materialien</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Anregungen zur selbstständigen Schülerarbeit: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Experimente zur Wetterbeobachtung durchführen</li> <li>➤ Unterschiedliche Zufallsexperimente durchführen</li> <li>➤ Kleine Projekte, z.B. das Ziegenproblem, das Monte-Carlo-Verfahren oder das Geburtstagsproblem</li> </ul> </li> <li>- Digitale Werkzeuge: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Nutzung eines Tabellenkalkulationsprogramms zur Verarbeitung und Darstellung von Daten</li> </ul> </li> </ul>	
<b>Berufsorientierung</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Berufsbilder: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Mediziner/-in</li> <li>➤ Pharmakant/-in</li> <li>➤ Statistiker/-in</li> </ul> </li> </ul>	